B) TRINOMIO "NON SPECIALE" $\boxed{\mathbf{a}x^2+\mathbf{b}x+\mathbf{c},\quad \mathbf{a}\neq 1}$

Un **trinomio di 2° grado "non speciale"** è un'espressione della forma $\mathbf{a}x^2+\mathbf{b}x+\mathbf{c}$, con $\mathbf{a}\neq 1$.
La fattorizzazione è più laboriosa rispetto a quella del trinomio "speciale", perché non basta un solo passaggio!
Innanzitutto si cercano due numeri la cui somma algebrica sia uguale al coefficiente centrale ($\mathbf{b}$) e il cui prodotto sia uguale al prodotto fra il primo coefficiente e l'ultimo ($\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$).
Tali due numeri serviranno a spezzare il termine centrale nella somma algebrica di due termini; dopodiché, si procederà per raccoglimenti parziali.

a) $3x^2+14x+8$

Si ha

$s=14,\quad p=3\cdot 8=24$

per cui i due numeri sono 12 e 2.

Quindi

$3x^2+14x+8=$
$=3x^2+12x+2x+8=$
$=3x(x+4)+2(x+4)=$
$=(x+4)(3x+2)$

PERCHÉ MAI i due numeri si scelgono in modo che la loro somma sia uguale al coefficiente centrale b e il loro prodotto sia uguale ad $a\cdot c$?

Beh, che la loro somma algebrica debba dare b è del tutto ovvio, dato che di questi due numeri ci si vuole servire per spezzare il termine centrale bx nella somma algebrica di due termini. Il fatto invece che il loro prodotto debba dare $a\cdot c$ è assai meno banale.

Ma riflettiamo:
noi vogliamo determinare i due numeri in modo tale che, dopo lo spezzamento del termine centrale, si riesca ad operare per raccoglimenti parziali; ora, una scomposizione per raccoglimenti parziali è effettuabile solo se c'è una certa regolarità nella successione dei coefficienti.
Ad esempio, di fronte alla situazione

$$3x^2+6x+8x+8$$

NON sarebbe assolutamente possibile procedere per raccoglimenti parziali!
Invece di fronte a

$$3x^2+12x+2x+8$$

raccoglimenti parziali "funziona" in quanto
3 è la quarta parte di 12 e contemporaneamente 2 è la quarta parte di 8 …
insomma, "funziona" perché i numeri $3, 12, 2, 8$
formano, nell'ordine, una PROPORZIONE!!! $3:12=2:8$

Quindi, i due numeri n_1, n_2 che cerchiamo dovranno essere tali che il trinomio ax^2+bx+c si possa riscrivere come $ax^2+n_1x+n_2x+c$
E INOLTRE CHE valga la proporzione $a:n_1=n_2:c$.

E **una proporzione è corretta se e solo se il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi**!!!
Perciò, affinché la proporzione sussista, dovrà essere $\underbrace{n_1\cdot n_2}_{\substack{\textit{prodotto}\\ \textit{dei}\\ \textit{medi}}} = \underbrace{a\cdot c}_{\substack{\textit{prodotto}\\ \textit{degli}\\ \textit{estremi}}}$

b) $6a^2-7a-5$

$s=-7,\quad p=6\cdot(-5)=-30 \ \rightarrow\ \boxed{-10,\ 3}$

$6a^2-7a-5=6a^2-10a+3a-5=2a(3a-5)+(3a-5)=(3a-5)(2a+1)$

c) $20y^4-26y^3+6y^2=2y^2(10y^2-13y+3)$

$s=-13,\quad p=10\cdot 3=30 \ \rightarrow\ \boxed{-10,\ -3}$

$20y^4-26y^3+6y^2=$
$=2y^2(10y^2-13y+3)=$
$=2y^2(10y^2-10y-3y+3)=2y^2\left[10y(y-1)-3(y-1)\right]=2y^2(y-1)(10y-3)$