INVERSIONE DI FORMULE

- **COS'È UNA "FORMULA"?** E' **un'uguaglianza che lega fra loro due o più lettere, indicanti quantità le quali possono essere variabili o costanti.**

  Esempi: $s = vt$ (spazio = velocità · tempo) ; $S = \pi r^2$ (formula per l'area del cerchio)

  Una "formula" può anche essere considerata come una "*equazione*", perché è un'uguaglianza che è verificata *solo per certe combinazioni di valori* delle lettere che in essa compaiono.

- **CAPITA SOVENTE DI AVERE UNA FORMULA E DI VOLERLA "INVERTIRE"**, cioè di voler isolare una delle lettere contenute nella formula stessa.
  Si dice anche "*risolvere rispetto a una lettera*", o "*esprimere una lettera in funzione delle altre*".
  A tale scopo, si possono applicare le tecniche già viste per la risoluzione delle equazioni …
  … ma si possono anche utilizzare degli altri "trucchi" che, spesso,
  ♥ **permettono di realizzare l'inversione della formula in modo molto più rapido e comodo:**
  1) quando la lettera da isolare è a 2° membro, può essere utile "*scambiare fra loro i due membri*" (il che è diverso dal trasportare i termini da un membro all'altro cambiandoli di segno);
  2) *se due numeri non nulli sono uguali, allora lo sono pure i loro reciproci*;
  3) quando si vuole moltiplicare o dividere l'uguaglianza per uno stesso numero (o lettera o espressione), il moltiplicatore o il divisore *non deve per forza coincidere* col denominatore comune o col coefficiente dell'incognita

ESEMPIO $\boxed{a+b=\dfrac{c}{m+k}}$ RISOLVERE RISPETTO A $\boxed{m}$

$$\frac{c}{\boxed{m}+k}=a+b \quad (tecnica\ 1: \textbf{scambio dei due membri},\ per\ portare\ \boxed{m}\ a\ 1°\ membro)$$

$$\frac{\boxed{m}+k}{c}=\frac{1}{a+b} \quad (tecnica\ 2: \textbf{passaggio ai reciproci},\ per\ portare\ \boxed{m}\ a\ numeratore)$$

$$\boxed{m}+k=\frac{c}{a+b} \quad (tecnica\ 3: \textbf{moltiplicazione dei due membri per c})$$

$$\boxed{m}=\frac{c}{a+b}-k \quad (trasporto)$$

ESERCIZI

	FORMULA	Risolvi rispetto a		FORMULA	Risolvi rispetto a
1)	$v=\dfrac{x'-x}{t'-t}$	$x',\ x,\ t',\ t$	5)	$F=\dfrac{Gmm'}{r^2}\ (r>0)$	$m,\ r$
2)	$\dfrac{F_1}{s_1}=\dfrac{F_2}{s_2}$	$F_1,\ F_2,\ s_1,\ s_2$	6)	$K=\dfrac{1}{2}mv^2\ (v\ge 0)$	$m,\ v$
3)	$x'=k(x-vt)$	t	7)	$q=m_1v_1+m_2v_2$	$m_1,\ v_1$
4)	$\dfrac{ab}{r}=1+c$	$a,\ b,\ r,\ c$	8)	$\dfrac{a}{x+y}=\dfrac{a'}{x'+y'}$	$x',\ a'$

9) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}$ $d \rightarrow$ *vedi NOTA a destra*

NOTA: QUANDO PASSI AI RECIPROCI, ricorda che "il reciproco di una somma NON è uguale alla somma dei reciproci!!!"

$$\frac{1}{x+y}\neq\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

RISPOSTE

1) $x'=x+v(t'-t)$ $x=x'-v(t'-t)$ $t'=t+\dfrac{x'-x}{v}$ $t=t'-\dfrac{x'-x}{v}$

2) $F_1=s_1\dfrac{F_2}{s_2}$ $F_2=s_2\dfrac{F_1}{s_1}$ $s_1=F_1\dfrac{s_2}{F_2}$ $s_2=F_2\dfrac{s_1}{F_1}$ 3) $t=\dfrac{1}{v}\left(x-\dfrac{x'}{k}\right)$

4) $a=\dfrac{r}{b}(1+c)$ $b=\dfrac{r}{a}(1+c)$ $r=\dfrac{ab}{1+c}$ $c=\dfrac{ab}{r}-1$ 5) $m=\dfrac{Fr^2}{Gm'}$ $r=\sqrt{\dfrac{Gmm'}{F}}$

6) $m=\dfrac{2K}{v^2}$ $v=\sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ 7) $m_1=\dfrac{q-m_2v_2}{v_1}$ $v_1=\dfrac{q-m_2v_2}{m_1}$

8) $x'=\dfrac{a'(x+y)}{a}-y'$ $a'=\dfrac{a(x'+y')}{x+y}$ 9) $d=\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}}$

♥ **INDICI E APICI**
Si usano per poter utilizzare una stessa lettera più volte, per indicare oggetti o quantità distinte, della stessa natura. Ad esempio due velocità potrebbero essere indicate con:
$v_1,\ v_2$ (leggi: v uno, v due: "indici", in basso a destra);
o $v',\ v''$ (v primo, v secondo: "apici", in alto a destra).

L'indice, o l'apice,
è come se fosse "fuso con la propria lettera",
a formare un nuovo simbolo, unico e indivisibile.

ALTRI ESERCIZI

10) *Considera le formule seguenti, e risolvi ciascuna rispetto a una delle sue lettere.*
Per verificare la correttezza della formula inversa ottenuta, puoi risostituirne il 2° membro al posto della lettera nella formula di partenza per vedere se l'uguaglianza così ottenuta è esatta.

a) $f=\frac{1}{T}$ (relazione fra periodo e frequenza)

b) $F=ma$ (2° principio della dinamica)

c) $v=\frac{s}{t}$ (definizione di velocità nel moto uniforme)

d) $F=-kx$ (forza elastica)

e) $v=v_0+at$ (velocità in un moto uniformemente accelerato)

f) $\frac{h_1}{h_2}=\frac{\rho_2}{\rho_1}$ (principio dei vasi comunicanti; "ρ" si legge "rho")

g) $F_m\cdot m=F_r\cdot r$ (legge della leva)

h) $s=s_0+v(t-t_0)$ (legge del moto rettilineo uniforme)

i) $a=\frac{h}{\ell}g$ (accelerazione su di un piano inclinato)

l) $pV=\frac{2}{3}U$ (equazione di Joule-Clausius)

m) $\eta=1-\frac{T_1}{T_2}$ (rendimento massimo di una macchina termica; "η" si legge "éta")

n) $F=\frac{9}{5}C+32$ (formula che lega la temperatura Celsius alla Fahrenheit)

o) $x=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$ (ascissa del centro di massa di un sistema di due punti materiali)

p) $F=m\frac{v^2}{r}$ (forza centripeta in un moto circolare uniforme; $v>0$)

q) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ (due resistenze in parallelo)

r) $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=-\frac{2}{r}$ (legge dei punti coniugati per uno specchio convesso)

11) (*risposte in fondo alla pagina; le quantità in gioco sono tutte positive*)

a) Risolvi rispetto a T: $\frac{a^3}{T^2}=K$ (Terza legge di Keplero)

b) Risolvi rispetto a g: $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (periodo di un pendolo)

c) Risolvi rispetto a c: $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ (fattore di Lorenz)

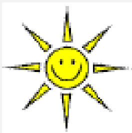
Dal sito www.regentsprep.org

12) Shoe sizes and foot length are related by the formula

$$\boldsymbol{S=3F-24},$$

where ***S*** represents the shoe size and ***F*** represents the length of the foot, in inches.
Solve the formula for ***F***.

Solution:	**Steps:**
$S=3F-24$	add 24 to both sides
$S+24=3F$	divide both sides by 3
$\frac{S+24}{3}=\frac{3F}{3}$	simplify
$\frac{S+24}{3}=F$	Done.



13) Sam says that the following equations are two ways to write the SAME formula. Decide whether or not you agree with Sam. Explain how you made your decision.

$$s=\frac{n}{n+1}$$

$$\frac{s}{s-1}=n$$

RISPOSTE all'esercizio 11

11a) $\frac{a^3}{T^2}=K;\ \frac{T^2}{a^3}=\frac{1}{K};\ T^2=\frac{a^3}{K};\ T=\sqrt{\frac{a^3}{K}}$

11b) $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}};\ 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=T;\ \sqrt{\frac{\ell}{g}}=\frac{T}{2\pi};\ \frac{\ell}{g}=\frac{T^2}{4\pi^2};\ \frac{g}{\ell}=\frac{4\pi^2}{T^2};\ g=\frac{4\pi^2\ell}{T^2}$

11c) $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{1}{\gamma};\ 1-\frac{v^2}{c^2}=\frac{1}{\gamma^2};\ \frac{v^2}{c^2}=1-\frac{1}{\gamma^2};\ \frac{c^2}{v^2}=\frac{1}{1-\frac{1}{\gamma^2}};\ c^2=\frac{v^2}{1-\frac{1}{\gamma^2}}=\frac{v^2}{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}}=\frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2-1};\ c=\sqrt{\frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2-1}}=\frac{v\gamma}{\sqrt{\gamma^2-1}}$