

8. SIGNIFICATO DEI SIMBOLI \leq (minore o uguale di), \geq (maggiore o uguale di)

$a \leq b$ significa : $a < b$ oppure $a = b$ $\boxed{a \leq b \leftrightarrow a < b \vee a = b}$ \leq equivale a "non maggiore";
 $a \geq b$ significa : $a > b$ oppure $a = b$ $\boxed{a \geq b \leftrightarrow a > b \vee a = b}$ \geq equivale a "non minore"

Ad es., l'insieme $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 4\}$ è formato da tutti i numeri minori di 4, più anche il numero 4.

Sono corrette (anche se appaiono strane) le scritte $3 \leq 4$ e $4 \leq 4$,
 mentre sarebbe, ovviamente, SBAGLIATO scrivere ~~$3 < 4$~~

SUGGERIMENTO IMPORTANTE

♥ Di fronte a una disequazione di 2° grado col \leq , oppure il \geq , può essere utile pensare dapprima alla disequazione STRETTA (cioè, quella solo col $<$ o col $>$), per poi aggiungere all'insieme delle soluzioni così trovate anche quei valori che rendono il 1° membro uguale al 2°.

Questa indicazione è ancora più efficace per le disequazioni di grado superiore al 2° o fratte.

Invece per le disequazioni di 1° grado basta procedere "meccanicamente",

semplicemente ricordando che, nel caso il verso debba cambiare, il \leq diventa \geq , e viceversa:

ad esempio $2x \leq 3x + 4$; $2x - 3x \leq 4$; $-x \leq 4$; $x \geq -4$

9. ESERCIZI

□ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 1° GRADO

- 1) $3(x-5) < 2$ 2) $x+7 < 4(x-1)$ 3) $(x+2)^2 > (x-1)^2 + 15$ 4) $\frac{x-1}{4} + \frac{2x-3}{2} < 3x$ 5) $\frac{2}{3}(3-x) - x > 0$
 6) $2x - \frac{4x-3}{5} \leq 1$ 7) $3(x+1) \leq 5(x+7)$ 8) $\frac{2x}{5} - \frac{x-1}{2} \geq -\frac{3}{4}x$ 9) $\frac{x}{3} < \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}(x-1)$ 10) $x(x+1) > x(x+4)$
 11) $4(2x+1) - 3x < 5(x-2)$ 12) $(x-1)^2 \leq (x+1)^2$ 13) $226(x-8) > 0$ 14) $x\sqrt{2} - x\sqrt{3} > \sqrt{6}$ 15) $x < x\sqrt{2}$
 16) $x < x\sqrt{2} - 1$ 17) $0,0004x - 0,003 < 0,0005x$ 18) $(2x-1)^2 < 4x(x-1)$ 19) $(x+7)^2 > x(x+16) + 47$

SOLUZIONI

- 1) $x < \frac{17}{3}$ 2) $x > \frac{11}{3}$ 3) $x > 2$ 4) $x > -1$ 5) $x < \frac{6}{5}$ 6) $x \leq \frac{1}{3}$ 7) $x \geq -16$ 8) $x \geq -\frac{10}{13}$
 9) indeterminata (verificata $\forall x \in \mathbb{R}$) 10) $x < 0$ 11) imposs. 12) $x \geq 0$ 13) $x > 8$ senza nessun calcolo!
 14) $x < -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dots = -(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$ 15) $x > 0$ 16) $x > \sqrt{2} + 1$ 17) $x > -30$ 18) imp. 19) $x < 1$

□ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 2° GRADO

- 20) $2x^2 - 7x + 3 < 0$ 21) $x^2 - 5x + 4 > 0$ 22) $x^2 - 49 < 0$ 23) $x^2 - 4x > 0$
 24) $25x^2 - 10x + 1 > 0$ 25) $2x^2 - 4x + 9 > 0$ 26) $x + 12 > x^2$ 27) $x < \frac{x^2+1}{2}$
 28) $4x^2 + 1 < 0$ 29) $x^2 - 4x + 1 > 0$ 30) $x^2 + 8x + 16 > 0$ 31) $x^2 + 10x + 16 > 0$
 32) $x^2 - 5 < 0$ 33) $x^2 - 2x + 2 > 0$ 34) $x^2 - 6x + 9 < 0$ 35) $x^2 + x > 0$
 36) $7x > 6x^2 + 1$ 37) $x^2 - 4x + 3 > 0$ 38) $x^2 - 4x + 4 > 0$ 39) $x^2 - 4x + 5 > 0$
 40) $9x > x^2$ 41) $9 > x^2$ 42) $9x^2 + 49 > 0$ 43) $9x^2 + 1 > 10x$
 44) $9x^2 + 1 > -6x$ 45) $9x^2 + 1 < -3$ 46) $9x^2 > 0$ 47) $9x^2 > 9$

SOLUZIONI

- 20) $1/2 < x < 3$ 21) $x < 1 \vee x > 4$ 22) $-7 < x < 7$ 23) $x < 0 \vee x > 4$
 24) $x \neq 1/5$ 25) $\forall x \in \mathbb{R}$ 26) $-3 < x < 4$ 27) $x \neq 1$
 28) *imposs.* 29) $x < 2 - \sqrt{3} \vee x > 2 + \sqrt{3}$ 30) $x \neq -4$ 31) $x < -8 \vee x > -2$
 32) $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$ 33) $\forall x \in \mathbb{R}$ 34) *imposs.* 35) $x < -1 \vee x > 0$
 36) $1/6 < x < 1$ 37) $x < 1 \vee x > 3$ 38) $x \neq 2$ 39) $\forall x \in \mathbb{R}$
 40) $0 < x < 9$ 41) $-3 < x < 3$ 42) $\forall x \in \mathbb{R}$ 43) $x < 1/9 \vee x > 1$
 44) $x \neq -1/3$ 45) *imposs.* 46) $x \neq 0$ 47) $x < -1 \vee x > 1$

♥ Vuoi un CONSIGLIO? Almeno ogni tanto, fai qualche "esperimento", sostituendo al posto dell'incognita qualche valore preso dall'insieme delle soluzioni che hai trovato, per vedere se la disuguaglianza è vera!

□ ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI DI 1° e 2° GRADO
SOLUZIONI

1) $6x^2 - 7x - 10 \geq 0$	$x \leq -5/6 \vee x \geq 2$
2) $6x^2 - 7x - 10 \leq 0$	$-5/6 \leq x \leq 2$
3) $16x^2 - 40x + 25 > 0$	$x \neq 5/4$
4) $16x^2 - 40x + 25 \geq 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
5) $16x^2 - 40x + 25 < 0$	<i>imposs.</i>
6) $16x^2 - 40x + 25 \leq 0$	$x = 5/4$
7) $3x^2 - 4x + 2 > 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
8) $3x^2 - 4x + 2 \geq 0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
9) $3x^2 - 4x + 2 < 0$	<i>imposs.</i>
10) $3x^2 - 4x + 2 \leq 0$	<i>imposs.</i>
11) a) $x^2 > 9$ b) $x^2 > 9x$ c) $x^2 > -9$	a) $x < -3 \vee x > 3$ b) $x < 0 \vee x > 9$ c) $\forall x \in \mathbb{R}$
12) a) $9x > 0$ b) $9x^2 > 0$ c) $9x^2 > 1$	a) $x > 0$ b) $x \neq 0$ c) $x < -1/3 \vee x > 1/3$
13) a) $x^2 < 1$ b) $x^2 < 0$ c) $x^2 < x$	a) $-1 < x < 1$ b) <i>imposs.</i> c) $0 < x < 1$
14) a) $5 - 4x^2 \leq 0$ b) $5x - 4x^2 \leq 0$	a) $x \leq -\sqrt{5}/2 \vee x \geq \sqrt{5}/2$ b) $x \leq 0 \vee x \geq 5/4$
15) a) $(x+1)^2 > x(x+2)$ b) $(x-1)^2 > x^2 + 1$	a) $\forall x \in \mathbb{R}$ b) $x < 0$
16) a) $(x-2)(x-6) > 0$ b) $(x-2)(x-6) > 5$	a) $x < 2 \vee x > 6$ b) $x < 1 \vee x > 7$
17) a) $(x-2)^2 > 0$ b) $(x-2)^2 \geq 0$	a) $x \neq 2$ b) $\forall x \in \mathbb{R}$
18) a) $(x-2)^2 > x$ b) $(x-2)^2 + 4x > 0$	a) $x < 1 \vee x > 4$ b) $\forall x \in \mathbb{R}$
19) $2 - x - x^2 > 0$ (se vuoi, cambia segni e verso!)	$-2 < x < 1$
20) $(2x-1)(2x^2-x-3) \leq (2x-1)^3 - 4x(x-1)^2$	$x \geq 4/7$
21) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) + x + 2^{-2} \geq \frac{13}{8}$	$x \leq -\frac{5}{4} \vee x \geq 1$
22) $\frac{2x-3}{6} \leq \frac{x^2}{6} - \frac{\sqrt{2}}{3}(x-1)$ 23) $3x^2 \geq 2(4x-3)$	$\forall x \in \mathbb{R}$ $\forall x \in \mathbb{R}$
24) $(x+3)^2 + (2x-3)^2 \leq x+2$	<i>imposs.</i>
25) $\frac{1}{6}(x-1) - x^2 < x$ 26) $\frac{x^2}{23} \geq 0$	$x < -\frac{1}{2} \vee x > -\frac{1}{3}$ $\forall x \in \mathbb{R}$
27) $\left(y + \frac{1}{6}\right)^2 \geq \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2$	$-1 \leq y \leq -\frac{1}{3}$
28) $4x(\sqrt{3}-x) \geq 3$ 29) $9x^2 + 16 > 24x$	$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $x \neq \frac{4}{3}$
30) $(3w-2)^3 - 3w(3w-1)^2 + 3w < 0$	$w < \frac{1}{3} \vee w > \frac{2}{3}$
31) $(x^2 - x - 2)^2 - (x^2 + x - 2)^2 + 1 > x(3 - 4x - 4x^2)$	$x < -1 \vee x > -\frac{1}{4}$
32) $2(-3x+1)(-3x-1) > 3(2x\sqrt{2}-1)$	$x \neq \frac{\sqrt{2}}{6}$
33) $x^2 - x + \sqrt{2} \leq 2$ 34) $2 - x^2 \geq \sqrt{2}$	$1 - \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ $-\sqrt{2} - \sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} - \sqrt{2}$
35) $(0,0002x + 24)^2 > 0$	$x \neq -120000$
36) $347(3x-122)(4x-123) < 0$	$\frac{123}{4} < x < \frac{122}{3}$
37) $a - 2 < a$ 38) $(b-2)^2 < b^2$ 39) $(c-2)^3 < c^3$	$\forall a \in \mathbb{R}$ $b > 1$ $\forall c \in \mathbb{R}$