5. LE DISEQUAZIONI E LA LORO RISOLUZIONE

Disequazione = disuguaglianza problematica:
una disequazione è una disuguaglianza, contenente un numero sconosciuto, "incognito" (generalmente indicato con *x*), che ci chiede di determinare per quali valori di *x*, ammesso che esistano, la disuguaglianza stessa è verificata.

Le proprietà delle disuguaglianze, esposte nei due paragrafi precedenti, consentono di stabilire che
nella risoluzione di una DISEQUAZIONE
(che consiste poi nel sostituire la disequazione di partenza con altre via via più semplici, ma sempre equivalenti a quella data, ossia aventi le stesse soluzioni di quella data)
noi possiamo effettuare tutti i passaggi che siamo già abituati a svolgere su di un'*EQUAZIONE*, con
♥ **DUE SOLE IMPORTANTI AVVERTENZE:**

a) **quando vogliamo cambiare tutti i segni (= moltiplicare per –1), o comunque moltiplicare o dividere ambo i membri per uno stesso numero NEGATIVO, dobbiamo ricordarci di CAMBIARE IL VERSO della disequazione**

b) *mentre* l'elevamento ad esponente dispari, o l'estrazione di radice con indice dispari, è un passaggio sempre lecito in una disequazione,
invece **l'elevamento ad esponente pari, o l'estrazione di radice con indice pari, è un passaggio effettuabile soltanto a patto che i due membri siano entrambi positivi** (≥ 0) per ogni valore della variabile, o comunque a patto di riferirsi esclusivamente ai valori di x che rendono positivi (≥ 0) entrambi i membri.

6. LA RISOLUZIONE DI UNA DISEQUAZIONE DI 1° GRADO

Esempio:

$\frac{x-4}{2}-x<\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$ Faccio il denominatore comune, lo stesso da entrambe le parti

$\frac{3x-12-6x}{6}<\frac{2x+3}{6}$ Ora manderò via i due denominatori uguali.
E' come moltiplicare per 6 ambo i membri: $\cancel{6}\cdot\frac{3x-12-6x}{\cancel{6}}<\frac{2x+3}{\cancel{6}}\cdot\cancel{6}$

$3x-12-6x<2x+3$ Applico la "regola del trasporto":
è possibile spostare un termine da un membro all'altro, cambiandolo però di segno.
Ad esempio, trasportare $2x$ dal secondo membro al primo, mutandolo in $-2x$,
è lecito perché è come sottrarre $2x$ da entrambi i membri:
$3x-12-6x\ {-2x}<\cancel{2x}+3\ \cancel{-2x}$

$3x-6x-2x<3+12$ Faccio i calcoli

$\boxed{-5x<15}$ Essendo negativo il coefficiente di x, **mi conviene cambiare i segni: ma così facendo, devo ricordarmi di cambiare anche il verso.**
Infatti: se due numeri sono disuguali, i loro opposti saranno disuguali IN SENSO CONTRARIO; o anche: cambiare i segni è come moltiplicare per il numero NEGATIVO -1 (NOTA 1)

$\boxed{+5x>-15}$ Divido ambo i membri per il coefficiente di x, che è 5.
Il verso resta inalterato, perché divido per un numero POSITIVO.
$\frac{\cancel{+5}x}{\cancel{5}}>\frac{-\cancel{15}^{\,3}}{\cancel{5}}$

$x>-\frac{\cancel{15}^{\,3}}{\cancel{5}}$ Ecco fatto! Le soluzioni sono dunque
tutti i numeri reali (interi, razionali, irrazionali) maggiori di -3 (NOTA 2).
In forma insiemistica, possiamo dire che l'insieme S delle soluzioni è $S=(-3,+\infty)$

♥ NOTA 1 - Riflettiamo sul motivo per cui il passaggio ci porta da una disequazione ad un'altra ad essa EQUIVALENTE, cioè con le medesime soluzioni:
- se, per un certo valore di x, si ha $-5x<15$, allora, per quello stesso valore di x, si avrà anche $5x>-15$;
- e viceversa, se, per un certo valore di x, si ha $5x>-15$, allora, per lo stesso valore, si avrà pure $-5x<15$.

♥ NOTA 2 - Prova a SOSTITUIRE nella disequazione iniziale, al posto di x, il valore -2; poiché si tratta di un valore maggiore di -3, vedrai che la disuguaglianza sarà verificata.
Altrettanto, ad esempio, con $x=12$ o con $x=0$.
Invece (provaci!) con $x=-4$ o $x=-3$ la disuguaglianza risulterà falsa.

ESERCIZI a pagina 144