

□ UNA RACCOLTA DI PROVE PISA

La sigla **PISA** sta per **Programme for International Student Assessment** e indica un organismo internazionale il cui ruolo è di misurare i livelli di apprendimento degli studenti 15enni dei diversi paesi partecipanti al progetto. Le prime rilevazioni PISA sono state effettuate negli anni 2000, 2003, 2006 e 2009, coinvolgendo, tipicamente, da 4500 a 10000 studenti in ciascuna nazione per testare le loro competenze in Lettura, Matematica, Scienze.

Ad esempio, nel 2003, in quanto alle *performance* matematiche nel test, l'ordine di classifica è stato: Finlandia, Corea del Sud, Olanda, Giappone, Canada, Belgio, Svizzera, Australia, Nuova Zelanda, Repubblica Ceca, Islanda, Danimarca, Francia, Svezia, Austria, Germania, Irlanda, Slovacchia, Norvegia, Lussemburgo ... Dov'è l'Italia? C'è anche lei ... non fra le prime 20, però ...

Mentre ti rinvio al sito <http://www.pisa.oecd.org>, o semplicemente alla apposita voce di Wikipedia, per approfondimenti e per le graduatorie delle varie nazioni, ti metto a disposizione nelle pagine che seguono una raccolta di quesiti predisposti da PISA, e in parte effettivamente assegnati in prove del passato. Le risposte sono al termine della lunga sequenza, alle pagine 372-373.

1) FATTORIE

Qui sotto è riportata la fotografia di una fattoria con il tetto a forma di piramide.



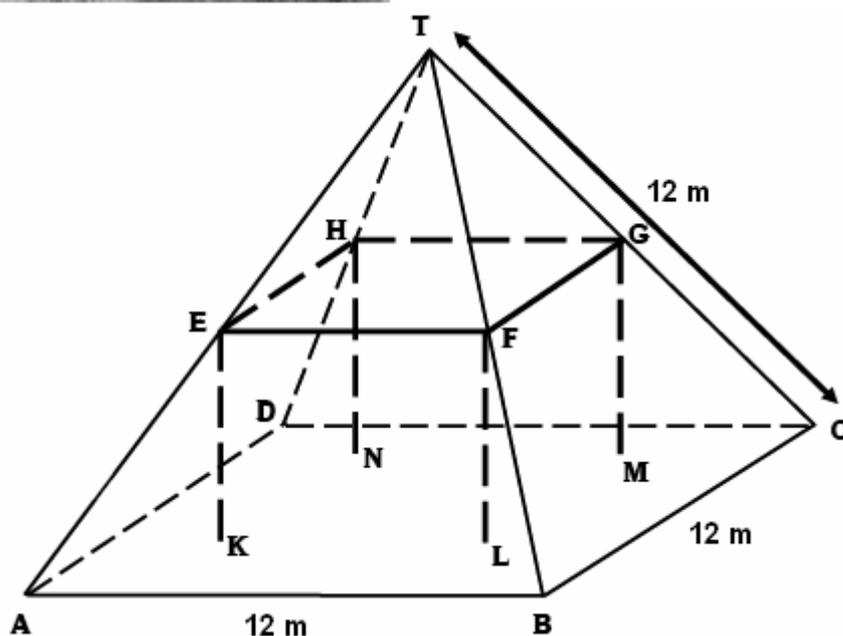
Ecco un modello matematico del tetto della fattoria realizzato da uno studente, con alcune misure.

Il pavimento della soffitta, ABCD nel modello, è un quadrato.

Le travi che sostengono il tetto sono gli spigoli di un blocco (parallelepipedo rettangolo) EFGHKL MN.

E è il punto medio di AT,
F è il punto medio di BT,
G è il punto medio di CT
e H è il punto medio di DT.

Tutti gli spigoli della piramide nel modello sono lunghi 12 m.



Domanda 1 - Calcola l'area del pavimento della soffitta ABCD.

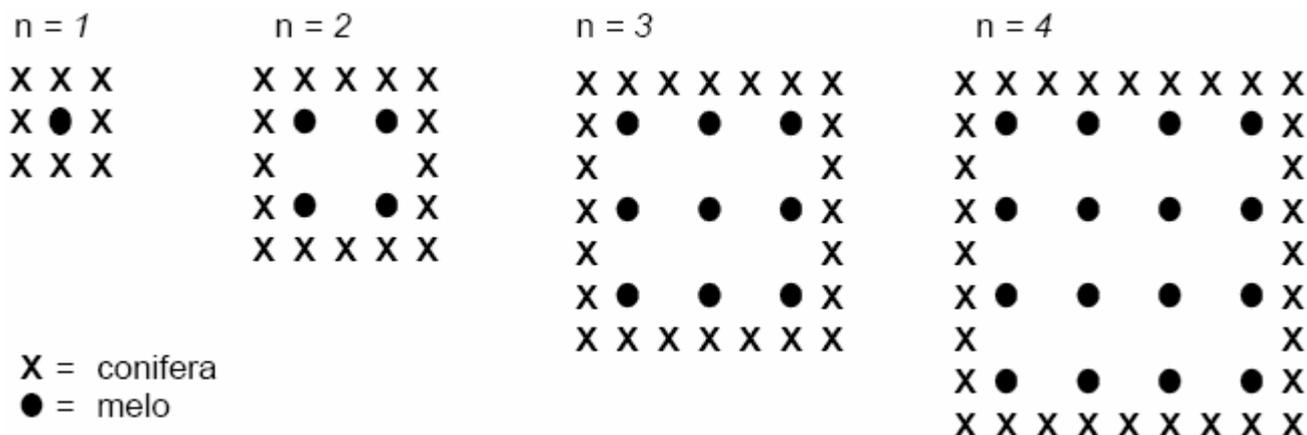
Area del pavimento della soffitta ABCD = m²

Domanda 2 - Calcola la lunghezza di EF, uno degli spigoli orizzontali del blocco.

Lunghezza di EF = m

2) MELI

Un agricoltore pianta dei meli in modo da formare un quadrato. Per proteggere questi alberi dal vento, pianta delle conifere intorno al frutteto. Qui sotto puoi vedere uno schema che rappresenta la disposizione dei meli e delle conifere per un numero qualsiasi (n) di filari di meli:



Domanda 1

Completa la tabella :

n	Numero di meli	Numero di conifere
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Domanda 2

Con le due formule seguenti puoi calcolare il numero di meli e il numero di conifere della disposizione descritta prima:

Numero di meli = n^2 ; Numero di conifere = $8n$ dove n è il numero di filari di meli.

Vi è un valore di n per cui il numero di meli è uguale al numero di conifere.

Trova il valore di n e mostra il metodo che hai usato per calcolarlo.

.....

.....

Domanda 3

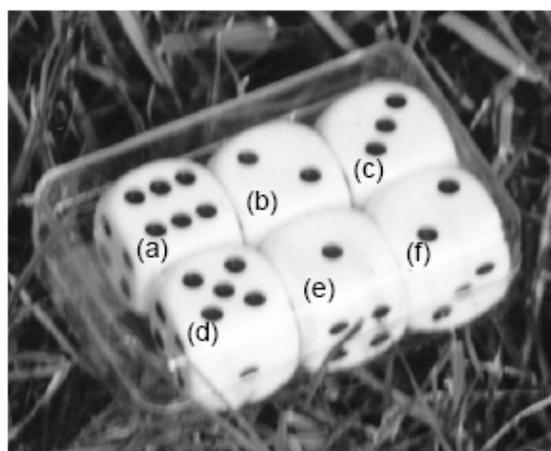
Supponi che l'agricoltore voglia ingrandire il frutteto con molti filari di alberi. Man mano che l'agricoltore ingrandisce il frutteto, che cosa aumenta più velocemente: il numero di meli o il numero di conifere? Spiega come hai trovato la risposta.

.....

.....

3) DADI

Nella fotografia qui a destra vi sono sei dadi da gioco, denominati con le lettere da (a) a (f). Per tutti i dadi vale la seguente regola: il numero totale di punti su due facce opposte è sempre 7.



Scrivi, in ogni casella, il numero di punti della faccia opposta di ciascun dado mostrato in fotografia.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

4) AREA DI UN CONTINENTE

La figura illustra una carta geografica dell'Antartide.



Stima l'area dell'Antartide utilizzando la scala della carta geografica.

Mostra il tuo lavoro e spiega come hai fatto la tua stima.

(Puoi disegnare sulla carta se questo può aiutarti a fare la stima).

.....

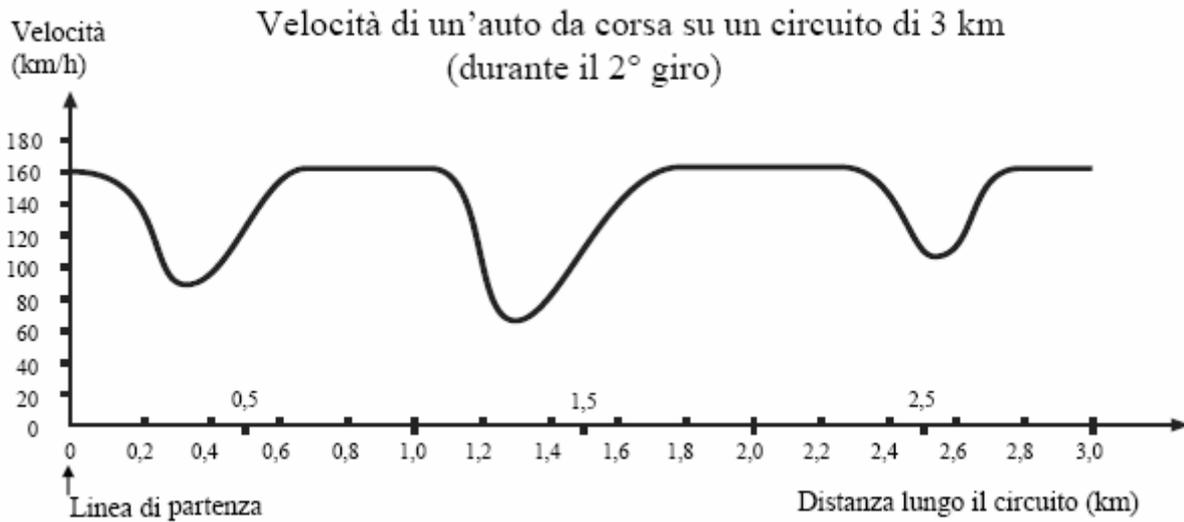
.....

.....

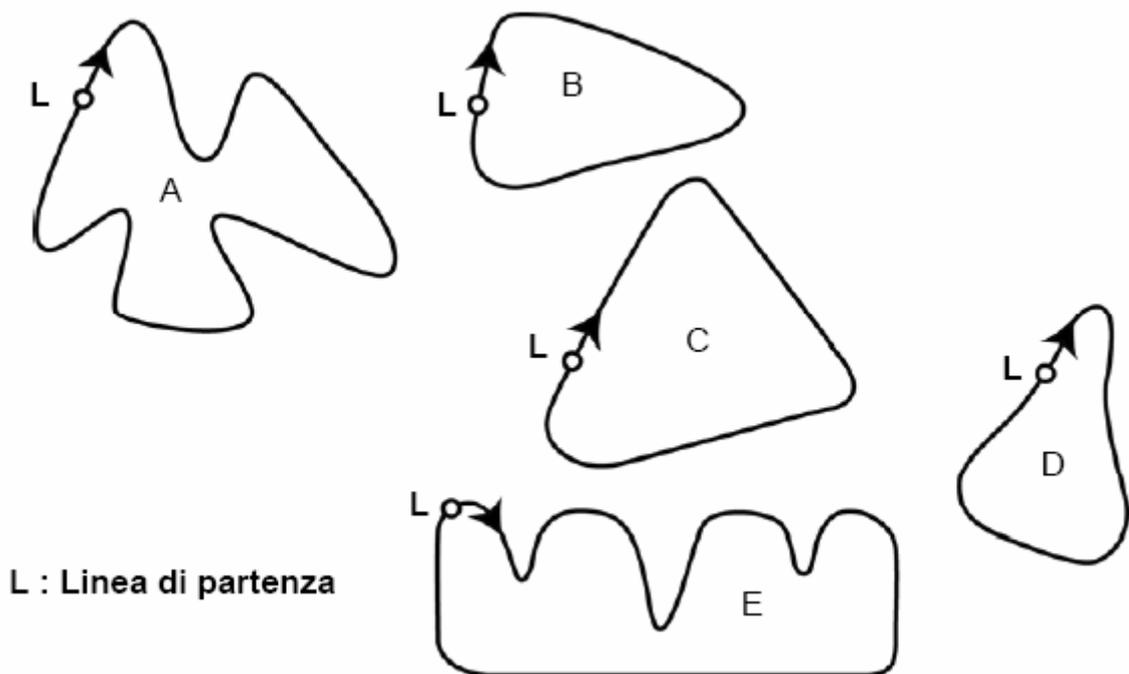
.....

5) VELOCITÀ DI UN'AUTO DA CORSA

Il grafico mostra come varia la velocità di un'auto da corsa mentre percorre il secondo giro di un circuito pianeggiante lungo 3 chilometri.



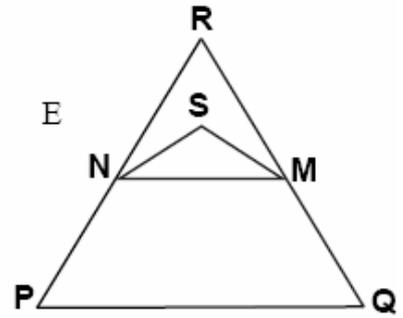
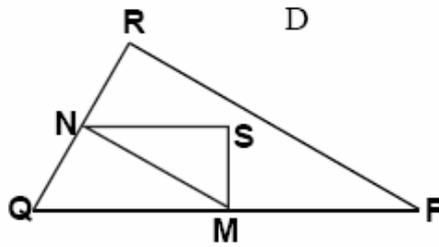
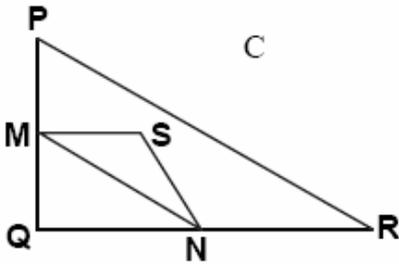
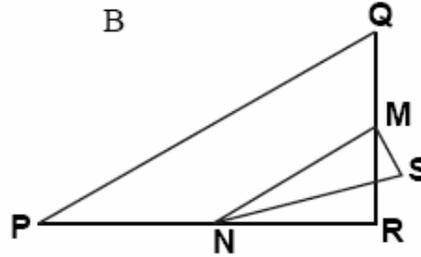
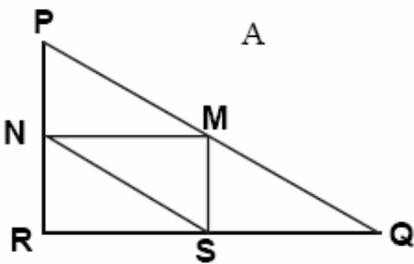
- Domanda 1** - Qual è la distanza approssimativa tra la linea di partenza e l'inizio del tratto rettilineo più lungo del circuito?
 A. 0,5 km B. 1,5 km C. 2,3 km D. 2,6 km
- Domanda 2** - Dove è stata registrata la velocità minima durante il secondo giro?
 A. Sulla linea di partenza B. A circa 0,8 km C. A circa 1,3 km D. A metà della pista
- Domanda 3** - Cosa puoi dire della velocità dell'auto tra il chilometro 2,6 e il chilometro 2,8?
 A. La velocità dell'auto rimane costante
 B. La velocità dell'auto sta aumentando
 C. La velocità dell'auto sta diminuendo
 D. La velocità dell'auto non può essere determinata in base al grafico
- Domanda 4** - Nella figura seguente sono illustrati cinque circuiti:
 lungo quale di questi circuiti è stata guidata l'auto
 per produrre il grafico della velocità illustrato in precedenza?



6) TRIANGOLI

Tra le figure rappresentate qui sotto, cerchia l'unica che corrisponde alla descrizione seguente:

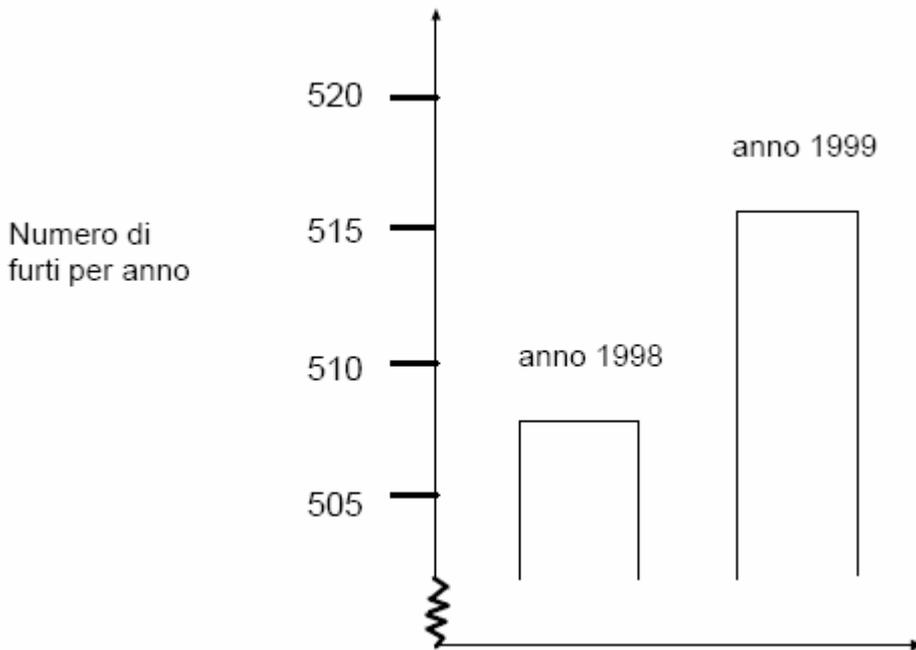
- Il triangolo PQR è un triangolo rettangolo con l'angolo retto in R.
- Il segmento RQ è minore del segmento PR.
- M è il punto medio del segmento PQ ed N è il punto medio del segmento QR.
- S è un punto all'interno del triangolo.
- Il segmento MN è maggiore del segmento MS.



7) FURTI

Un cronista televisivo ha mostrato questo grafico dicendo:

«Il grafico mostra che dal 1998 al 1999 si è verificato un notevole aumento del numero di furti».



Pensi che l'affermazione del cronista sia un'interpretazione ragionevole del grafico? Spiega brevemente la tua risposta.

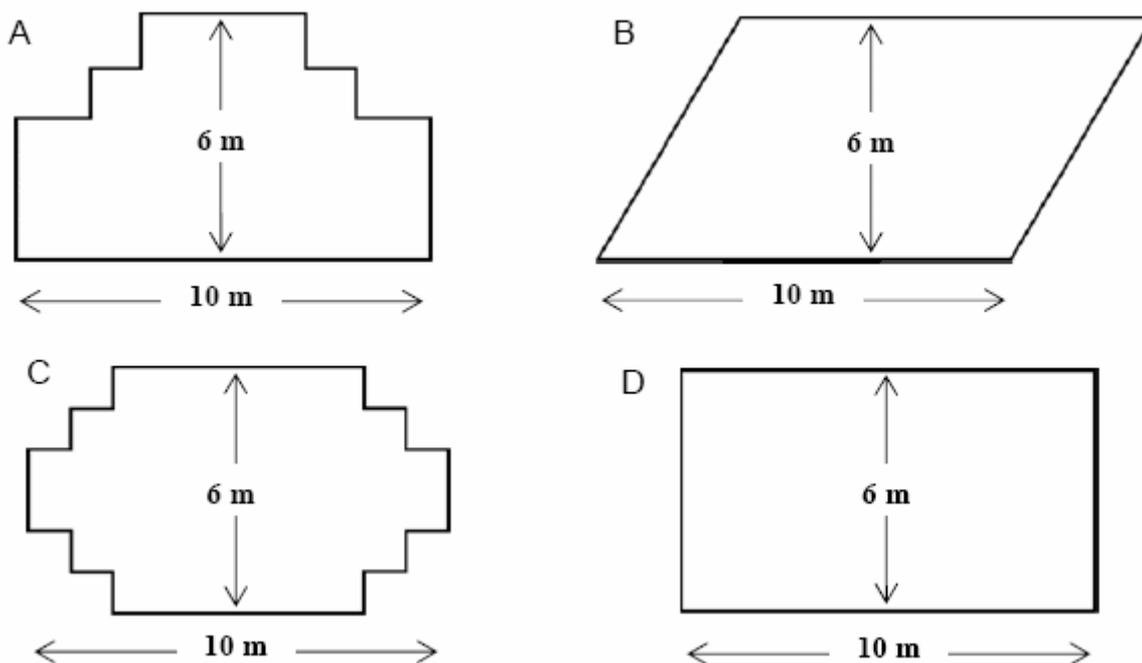
.....

.....

.....

8) CARPENTIERE

Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vorrebbe realizzare un bordino attorno ad un'aiuola. Per il bordino prende in considerazione i seguenti progetti.

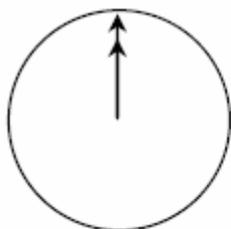


Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole. Fai un cerchio intorno a «Sì» o «No».

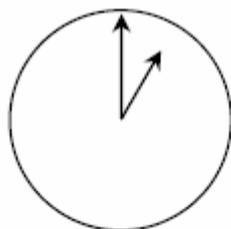
Progetto per il bordino	Utilizzando questo progetto, si può realizzare il bordino con 32 metri di tavole?
Progetto A	Sì / No
Progetto B	Sì / No
Progetto C	Sì / No
Progetto D	Sì / No

9) CHIACCHIERATA VIA INTERNET

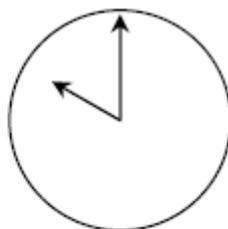
Mark (da Sydney, Australia) e Hans (da Berlino, Germania) comunicano spesso tra loro utilizzando le «chat» su Internet. Per poter chattare devono collegarsi a Internet nello stesso momento. Per trovare un'ora appropriata per chattare Mark ha consultato una tabella dei fusi orari e ha trovato quanto segue:



Greenwich 0.00
(mezzanotte)



Berlino 1.00 di notte



Sydney 10.00 di mattina

Domanda 1 - Quando sono le 19.00 a Sydney, che ora è a Berlino? Risposta:

Domanda 2 - Mark e Hans non possono chattare tra le 9.00 e le 16.30 della loro rispettiva ora locale, perché devono andare a scuola.

Inoltre, dalle 23.00 alle 7.00 ora locale non possono chattare perché stanno dormendo.

Qual è un'ora giusta per Mark e Hans per chattare?
Scrivi le rispettive ore locali nella tabella.

Luogo	Ora
Sydney	
Berlino	

10) TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti.

Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 1

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:
1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling ha cambiato 3000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling? Risposta:

Domanda 2

Quando Mei-Ling torna a Singapore dopo 3 mesi, le restano 3900 ZAR.

Li cambia di nuovo in dollari di Singapore, notando che il nuovo tasso di cambio è:

1 SGD = 4,0 ZAR

Quanti dollari di Singapore riceve Mei-Ling? Risposta:

Domanda 3

Durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.

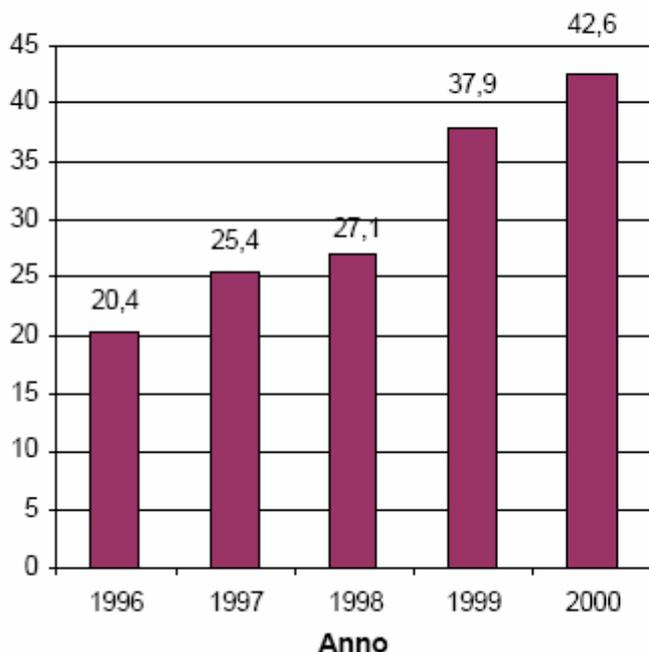
Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia i suoi rand sudafricani in dollari di Singapore?

Spiega brevemente la tua risposta.

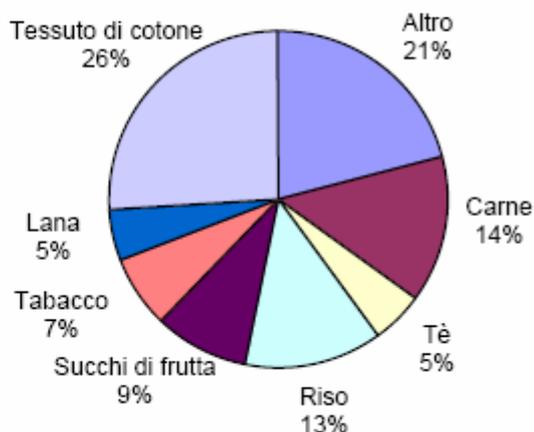
11) ESPORTAZIONI

I seguenti grafici forniscono alcune informazioni sulle esportazioni della Zedlandia, un Paese in cui si usa lo zed come moneta corrente.

Totale delle esportazioni annue della Zedlandia in milioni di zed, 1996-2000



Distribuzione delle esportazioni della Zedlandia nel 2000



Domanda 1

Qual è stato l'ammontare totale (in milioni di zed) delle esportazioni della Zedlandia nel 1998?

Risposta:

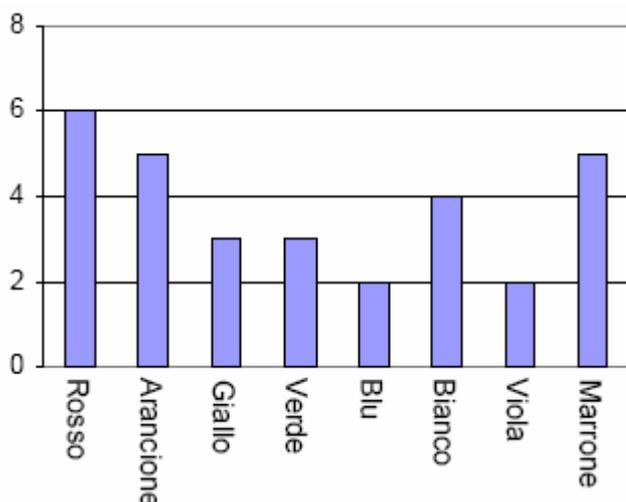
Domanda 2

Quale è stato l'ammontare delle esportazioni di succhi di frutta della Zedlandia nel 2000?

- A. 1,8 milioni di zed B. 2,3 milioni di zed C. 2,4 milioni di zed
D. 3,4 milioni di zed E. 3,8 milioni di zed

12) CARMELLE COLORATE

La mamma permette a Roberto di prendere una caramella da un sacchetto. Roberto non può vedere le caramelle. Il seguente grafico mostra il numero di caramelle di ciascun colore che ci sono nel sacchetto.



Qual è la probabilità che Roberto prenda una caramella di colore rosso?

- A. 10%
- B. 20%
- C. 25%
- D. 50%

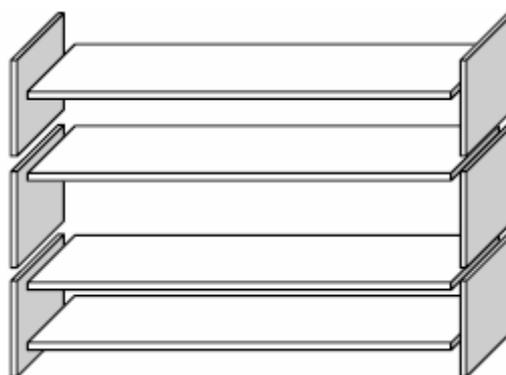
13) LIBRERIA

Per costruire una libreria, un falegname ha bisogno del seguente materiale:
4 assi di legno lunghe; 6 assi di legno corte;
12 ferri ad angolo piccoli; 2 ferri ad angolo grandi; 14 viti.

Il falegname ha a disposizione
26 assi lunghe, 33 assi corte,
200 ferri ad angolo piccoli,
20 ferri ad angolo grandi e 510 viti.

Quante librerie complete può costruire il falegname?

Risposta:



14) RIFIUTI

Nell'ambito di una ricerca sull'ambiente, gli studenti hanno raccolto informazioni sui tempi di decomposizione di diversi tipi di rifiuti che la gente butta via:

Tipo di rifiuto	Tempo di decomposizione
Buccia di banana	1–3 anni
Buccia d'arancia	1–3 anni
Scatole di cartone	0,5 anni
Gomma da masticare	20–25 anni
Giornali	Pochi giorni
Bicchieri di plastica	Più di 100 anni

Uno studente prevede di presentare i risultati con un diagramma a colonne.

Scrivi un motivo per cui un diagramma a colonne non è adatto per rappresentare questi dati.

.....
.....
.....
.....

15) TERREMOTI

È stato trasmesso un documentario sui terremoti e sulla frequenza con cui si verificano.

Tale documentario comprendeva un dibattito sulla prevedibilità dei terremoti.

Un geologo ha dichiarato:

«Nei prossimi venti anni, la probabilità che un terremoto si verifichi a Zedopoli è due su tre».

Quale delle seguenti affermazioni esprime meglio il significato di ciò che ha detto il geologo?

- A. Dato che $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, tra il 13° e il 14° anno da oggi ci sarà un terremoto a Zedopoli.
- B. $\frac{2}{3}$ è maggiore di $\frac{1}{2}$, pertanto ci sarà senza dubbio un terremoto a Zedopoli durante i prossimi 20 anni.
- C. La probabilità che a Zedopoli vi sia un terremoto durante i prossimi 20 anni è maggiore della probabilità che non vi siano terremoti.
- D. È impossibile dire che cosa accadrà, perché nessuno può essere certo di quando si verificherà un terremoto.

16) SCELTE

In una pizzeria, puoi prendere la pizza normale con due ingredienti base: formaggio e pomodoro. Puoi chiedere anche una pizza a tua scelta con l'aggiunta di altri ingredienti scegliendo tra quattro diversi ingredienti: olive, prosciutto, funghi e salame. Riccardo vuole ordinare una pizza con altri due ingredienti diversi.

Tra quante diverse combinazioni può scegliere Riccardo?

Risposta: combinazioni

17) SKATEBOARD

Enrico è un grande appassionato di skateboard.

Visita un negozio che si chiama SKATER per controllare alcuni prezzi.

In questo negozio si può comprare uno skateboard completo, oppure si può comprare una tavola, un set di 4 rotelle, un set di 2 blocchi e un set di accessori per montare lo skateboard.

I prezzi dei prodotti del negozio sono:

Prodotto	Prezzo in zed
Skateboard completo	82 o 84
Tavola	40, 60 o 65
Un set di 4 rotelle	14 o 36
Un set di 2 blocchi	16
Un set di accessori (cuscinetti a sfera, placchette di gomma, dadi e viti)	10 o 20

Domanda 1

Enrico vuole montare da solo il suo skateboard.

In questo negozio, qual è il prezzo minimo e il prezzo massimo degli skateboard «fai da te»?

(a) Prezzo minimo: zed (b) Prezzo massimo: zed

Domanda 2

Il negozio offre tre tipi diversi di tavole, due tipi di set di rotelle diversi e due tipi di set di accessori. C'è solo una possibilità per il set di blocchi.

Quanti skateboard diversi può costruire Enrico? A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

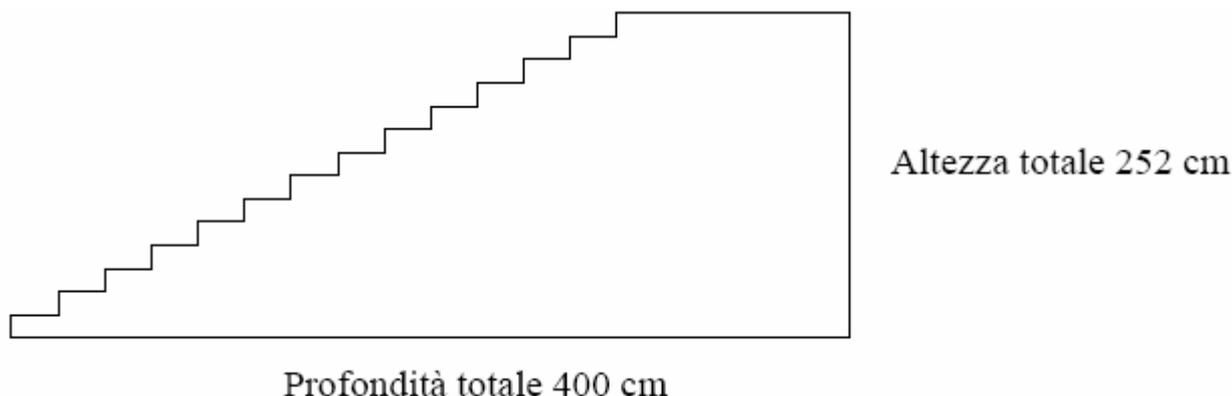
Domanda 3

Enrico può spendere 120 zed e vuole comprare lo skateboard più costoso che si può permettere. Quanto potrà spendere Enrico per ciascuno dei 4 pezzi? Scrivi la tua risposta nella tabella qui a lato.

Pezzo	Importo (zed)
Tavola	
Rotelle	
Blocchi	
Accessori	

18) SCALA

La seguente figura mostra una scala che ha 14 gradini e un'altezza totale di 252 cm.



Qual è l'altezza di ciascuno dei 14 gradini? Altezza: cm

19) DADI DA GIOCO

Il disegno a destra rappresenta due dadi.

I dadi sono cubi con le facce numerate secondo la seguente regola:

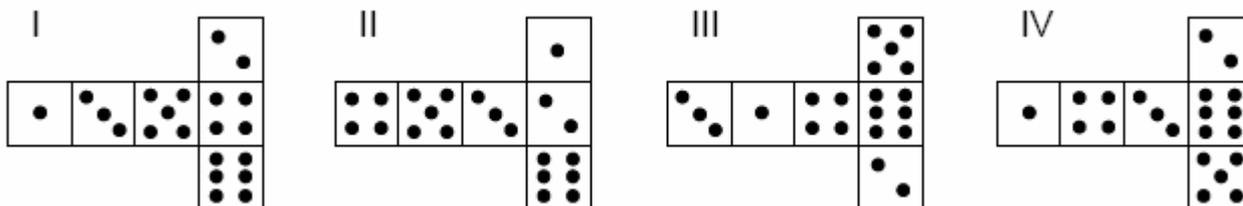
La somma dei punti su due facce opposte deve essere sempre uguale a 7.



Puoi costruire un dado da gioco tagliando, piegando e incollando un pezzo di cartone.

Puoi realizzare questo in molti modi.

La figura qui sotto mostra quattro cartoncini che puoi utilizzare per costruire un dado.



Quale/i delle seguenti forme puoi ripiegare in modo da formare un dado che obbedisca alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7?

Per ciascuna forma, fai un cerchio intorno a «Sì» o «No» nella tabella che segue.

Forma	Obbedisce alla regola per cui la somma delle facce opposte è 7?
I	Sì / No
II	Sì / No
III	Sì / No
IV	Sì / No

20) POPOLARITA' DEL PRESIDENTE

In Zedlandia sono stati effettuati alcuni sondaggi di opinione per determinare il livello di popolarità del Presidente in vista delle prossime elezioni.

Quattro editori di giornali hanno svolto sondaggi indipendenti su scala nazionale.

I risultati dei quattro sondaggi dei giornali sono i seguenti:

- Giornale 1: 36,5%
(sondaggio effettuato il 6 gennaio su un campione di 500 cittadini con diritto di voto, scelti a caso)
- Giornale 2: 41,0%
(sondaggio effettuato il 20 gennaio su un campione di 500 cittadini con diritto di voto, scelti a caso)
- Giornale 3: 39,0%
(sondaggio effettuato il 20 gennaio su un campione di 1000 cittadini con diritto di voto, scelti a caso)
- Giornale 4: 44,5%
(sondaggio effettuato il 20 gennaio su 1000 lettori che hanno telefonato alla redazione per votare).

Quale giornale fornisce probabilmente il risultato più attendibile per prevedere i voti in favore del Presidente, se le elezioni si svolgono il 25 gennaio?

Scrivi due motivi che giustifichino la tua risposta.

.....

.....

.....

.....

21) L'AUTOMOBILE MIGLIORE

Una rivista di automobilismo usa un sistema di punteggi per valutare le nuove automobili e assegna il premio «Auto dell'Anno» all'automobile con il punteggio totale più alto. Vengono valutate cinque nuove automobili e i loro punteggi sono mostrati nella seguente tabella.

Automobile	Dispositivi di sicurezza (S)	Consumo di carburante (C)	Aspetto estetico (E)	Accessori interni (A)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Ai punteggi corrispondono le seguenti valutazioni:

3 punti = Eccellente

2 punti = Buono

1 punto = Mediocre

Domanda 1

Per calcolare il punteggio totale di un'automobile, la rivista di automobilismo usa la seguente formula, che è una somma ponderata dei singoli punteggi:

$$\text{Punteggio totale} = (3 \cdot S) + C + E + A$$

Calcola il punteggio totale ottenuto dall'automobile «Ca».

Scrivi la tua risposta nello spazio qui sotto.

Punteggio totale per «Ca»:

Domanda 2

Il produttore dell'automobile «Ca» ha ritenuto ingiusta la regola utilizzata per calcolare il punteggio totale. Scrivi una regola per calcolare il punteggio totale che permetta all'automobile «Ca» di vincere.

La tua regola dovrà includere tutte e quattro le variabili.

Rispondi completando con 4 numeri positivi gli spazi bianchi della formula qui sotto.

Punteggio totale: \cdot S + \cdot C + \cdot E + \cdot A

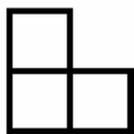
22) MOTIVI A SCALETTA

Roberto costruisce dei motivi a scaletta usando dei quadrati.

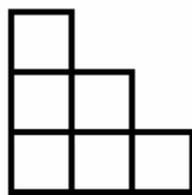
Procede per passi successivi:



Passo 1



Passo 2



Passo 3

Come puoi vedere, usa

- un quadrato per il Passo 1,
- tre quadrati per il Passo 2
- e sei quadrati per il Passo 3.

Quanti quadrati dovrà usare per il quarto passo?

Risposta: quadrati

23) CONCENTRAZIONE DI UN MEDICINALE

Domanda 1

Ad una donna ricoverata in ospedale viene fatta un'iniezione di penicillina. L'organismo della donna scompone gradualmente la penicillina in modo che un'ora dopo l'iniezione solo il 60% della penicillina è ancora attivo.

Questo processo continua: al termine di ogni ora è ancora attivo solo il 60% della penicillina presente alla fine dell'ora precedente.

Supponi che alla donna venga iniettata una dose di penicillina da 300 milligrammi alle 8.00 del mattino.

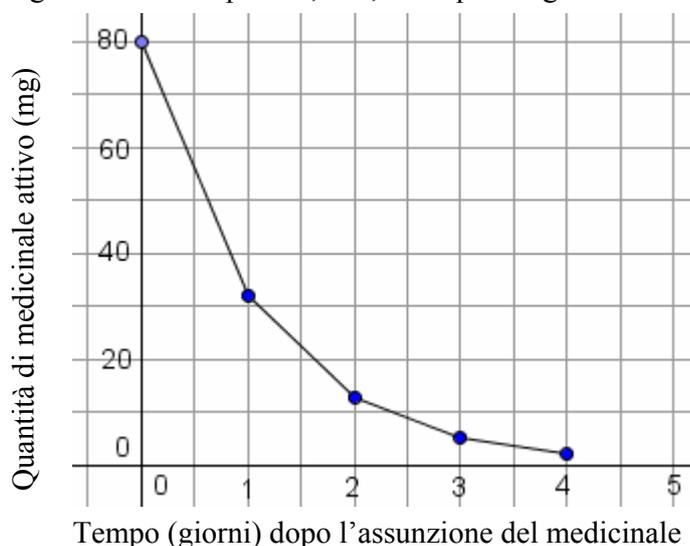
Completa questa tabella per mostrare la quantità di penicillina che è attiva nel sangue della donna ad intervalli di un'ora dalle 8.00 alle 11.00 del mattino.

Ore	8.00	9.00	10.00	11.00
Penicillina (mg)	300			

Domanda 2

Pietro deve assumere 80 mg di una medicina per regolare la sua pressione sanguigna.

Il seguente grafico mostra la quantità iniziale di medicinale e la quantità che è ancora attiva nel sangue di Pietro dopo uno, due, tre e quattro giorni.



Quale quantità di medicinale è ancora attiva al termine del primo giorno?

- A. 6 mg
- B. 12 mg
- C. 26 mg
- D. 32 mg

Domanda 3

Il grafico della domanda precedente permette di ricavare che ogni giorno resta pressappoco costante il rapporto tra la quantità di medicinale rimasto attivo nel sangue di Pietro e la quantità di medicinale attivo il giorno precedente. Tra le seguenti percentuali, quale corrisponde approssimativamente alla percentuale di medicinale che resta attivo alla fine di ogni giorno rispetto alla quantità del giorno precedente?

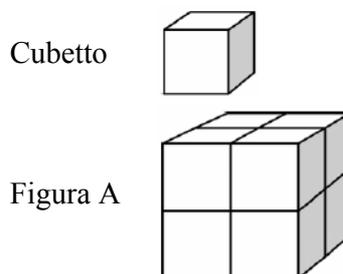
- A. 20%
- B. 30%
- C. 40%
- D. 80%

24) COSTRUZIONE DI SOLIDI

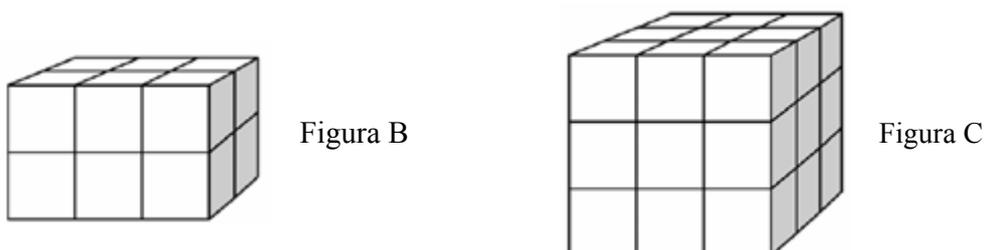
A Susanna piace costruire dei solidi usando cubetti come quello mostrato nella figura a fianco.

Susanna ha molti cubetti come questo e usa la colla per unire i cubi tra loro e ottenere altri solidi.

Prima di tutto, Susanna incolla insieme otto cubi in modo da ottenere il solido mostrato nella figura A.



Successivamente, Susanna costruisce i solidi pieni mostrati nelle figure B e C che seguono:



Domanda 1

Di quanti cubetti avrà bisogno Susanna per ottenere il solido mostrato nella figura B?

Risposta: cubetti.

Domanda 2

Di quanti cubetti avrà bisogno Susanna per ottenere il solido mostrato nella figura C?

Risposta: cubetti.

Domanda 3

Susanna si rende conto che per ottenere un solido come quello mostrato nella figura C ha utilizzato un numero di cubetti superiore a quello effettivamente necessario.

Infatti avrebbe potuto incollare insieme i cubetti in modo da ottenere un solido come quello della figura C, ma vuoto all'interno.

Qual è il numero minimo di cubetti necessario per costruire un solido come quello della figura C, ma vuoto all'interno?

Risposta: cubetti.

Domanda 4

Ora Susanna vuole costruire un solido che sembri pieno e che abbia 6 cubetti in lunghezza, 5 cubetti in larghezza e 4 cubetti in altezza.

Vuole utilizzare il minor numero possibile di cubetti, lasciando più spazio vuoto possibile all'interno del solido.

Qual è il numero minimo di cubetti che servono a Susanna per costruire questo solido?

Risposta cubetti.

25) TEMPO DI REAZIONE

In una gara di velocità, il «tempo di reazione» è l'intervallo di tempo tra lo sparo dello starter e il distacco dell'atleta dal blocco di partenza.

Il «tempo finale» comprende sia il tempo di reazione che la durata della corsa.

La seguente tabella indica il tempo di reazione e il tempo finale di 8 corridori in una gara di velocità di 100 metri.

Corsia	Tempo di reazione (s)	Tempo finale (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	Non ha terminato la corsa
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

**Domanda 1**

Identifica i corridori che hanno vinto le medaglie d'oro, d'argento e di bronzo in questa corsa. Completa la seguente tabella con il numero di corsia, il tempo di reazione e il tempo finale di ciascun atleta premiato.

Medaglia	Corsia	Tempo di reazione (s)	Tempo finale (s)
ORO			
ARGENTO			
BRONZO			

Domanda 2

Fino a oggi, nessun essere umano è riuscito a reagire allo sparo dello starter in meno di 0,110 secondi.

Se il tempo di reazione registrato per un corridore è inferiore a 0,110 secondi, si ritiene che sia avvenuta una falsa partenza, perché si presume che il corridore sia partito prima di sentire lo sparo.

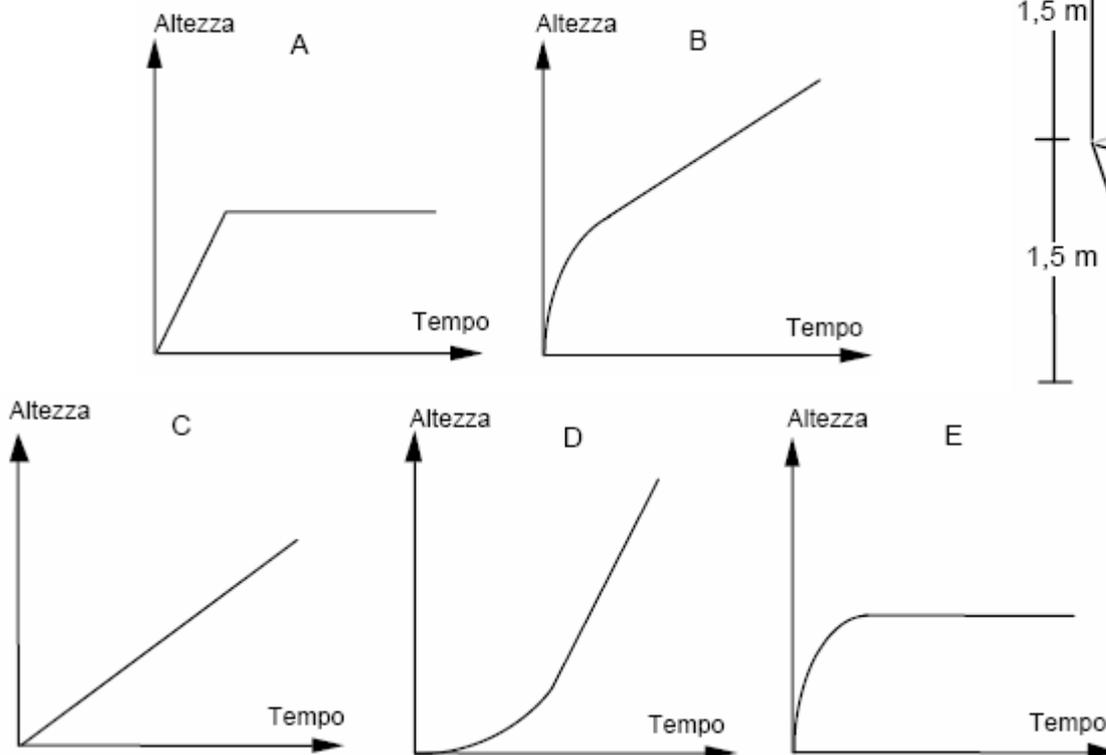
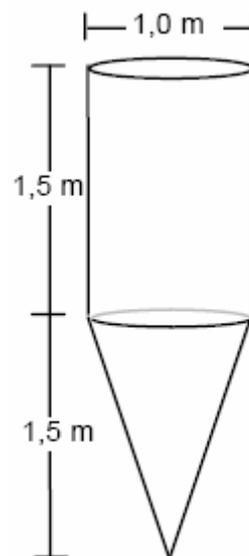
Se il vincitore della medaglia di bronzo avesse avuto un tempo di reazione più breve, avrebbe potuto vincere la medaglia d'argento? Spiega brevemente la tua risposta.

.....

.....

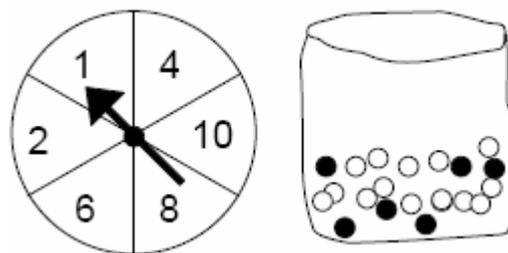
26) SERBATOIO PER L'ACQUA

Un serbatoio per l'acqua ha la forma e le dimensioni indicate nella figura. All'inizio il serbatoio è vuoto, poi viene riempito di acqua alla velocità di un litro al secondo. **Quale dei seguenti grafici mostra come cambia l'altezza del livello dell'acqua con il passare del tempo?**



27) FIERA DI PRIMAVERA

Alla fiera di primavera una bancarella propone un gioco che consiste per prima cosa nel far girare la freccia su una ruota. Poi, se la freccia si ferma su un numero pari, il giocatore può pescare una biglia da un sacchetto. La freccia e il sacchetto con le biglie sono rappresentati qui a fianco.



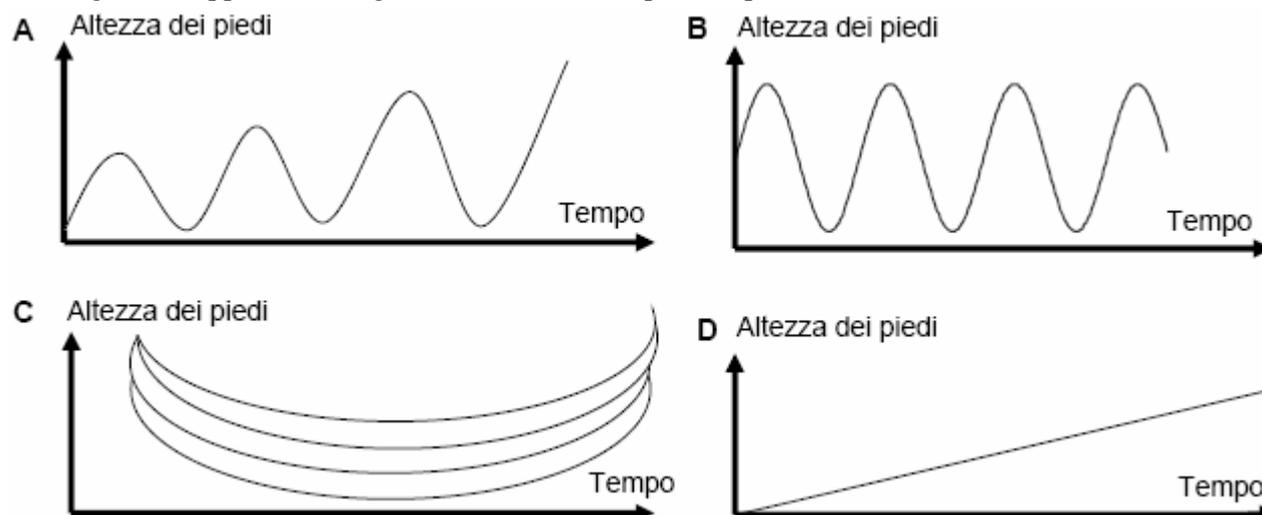
Vengono premiati i giocatori che estraggono una biglia nera.

Sarà tentata la fortuna una volta. **Quanto è probabile che Sara vinca un premio?**

A. Impossibile B. Poco probabile C. 50% circa D. Molto probabile E. Certo

28) ALTALENA

Maurizio è seduto su un'altalena. Comincia a dondolarsi e cerca di andare il più in alto possibile. Quale grafico rappresenta meglio l'altezza dei suoi piedi rispetto al suolo mentre si dondola?



29) STATURA DEGLI STUDENTI

Un giorno, durante una lezione di matematica, è stata misurata la statura di tutti gli studenti.

L'altezza media dei ragazzi era 160 cm e l'altezza media delle ragazze era 150 cm.

Alessia era la più alta: la sua altezza era 180 cm. Dario era il più basso: la sua altezza era 130 cm.

Quel giorno due studenti erano assenti, ma erano in classe il giorno seguente.

È stata misurata la loro statura e sono state nuovamente calcolate le medie.

Sorprendentemente, l'altezza media delle ragazze e l'altezza media dei ragazzi non sono cambiate.

Quali delle seguenti conclusioni si possono trarre da queste informazioni?

Fai un cerchio intorno a «Sì» o a «No» per ciascuna conclusione.

Conclusione	Si può trarre questa conclusione?
Entrambi gli studenti sono ragazze.	Sì / No
Uno degli studenti è un ragazzo e l'altro è una ragazza.	Sì / No
Entrambi gli studenti hanno la stessa altezza.	Sì / No
L'altezza media della totalità degli studenti non è cambiata.	Sì / No
Dario è ancora il più basso.	Sì / No

30) PREZZI PER SUPERFICIE

Gli inquilini di un palazzo decidono di acquistare l'edificio. Raccoglieranno i soldi in modo che ciascuno pagherà un prezzo proporzionale alla grandezza del proprio appartamento.

Per esempio, una persona che abita in un appartamento che occupa un quinto della superficie di tutti gli appartamenti pagherà un quinto del prezzo totale dell'edificio.

Domanda 1 - Fai un cerchio intorno a «Corretta» o «Errata» per ciascuna delle seguenti affermazioni.

Affermazione	Corretta / Errata
Una persona che abita nell'appartamento più grande pagherà di più per ogni metro quadro del suo appartamento rispetto alla persona che vive nell'appartamento più piccolo.	Corretta / Errata
Se conosciamo le superfici di due appartamenti e il prezzo di uno di essi possiamo calcolare il prezzo del secondo.	Corretta / Errata
Se conosciamo il prezzo dell'edificio e quanto pagherà ciascun proprietario, è possibile calcolare la superficie totale di tutti gli appartamenti.	Corretta / Errata
Se il prezzo totale dell'edificio venisse ridotto del 10% ogni proprietario pagherebbe il 10% in meno.	Corretta / Errata

Domanda 2 - L'edificio è costituito da tre appartamenti.

Il più grande, l'appartamento 1, ha una superficie totale di 95 m².

Gli appartamenti 2 e 3 hanno, rispettivamente, superfici di 85 m² e 70 m².

Il prezzo di vendita dell'edificio è di 300.000 zed.

Quanto deve pagare il proprietario dell'appartamento 2? Scrivi i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

31) SCARPE PER BAMBINI

La tabella fornisce i numeri di scarpa corrispondenti in Zedlandia alle varie lunghezze del piede.



Il piede di Marina è lungo 163 mm.

Usa la tabella per determinare quale numero zedlandese di scarpa dovrebbe provare Marina.

Risposta:

Da (in mm)	A (in mm)	Num. di scarpa
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

32) TORNEO DI PING PONG

In un circolo di ping pong, Tommaso, Riccardo, Carlo e Daniele hanno formato un gruppo di allenamento. Ciascun giocatore vuole giocare una sola volta contro ognuno degli altri.

I quattro hanno prenotato due tavoli per queste partite di allenamento.

Completa il seguente programma di partite

scrivendo i nomi dei giocatori che disputano ciascuna partita.

	Tavolo 1	Tavolo 2
1° turno	Tommaso-Riccardo	Carlo-Daniele
2° turno - -
3° turno - -

33) FARO

I fari sono torri che hanno, in cima, un dispositivo per emettere luce.

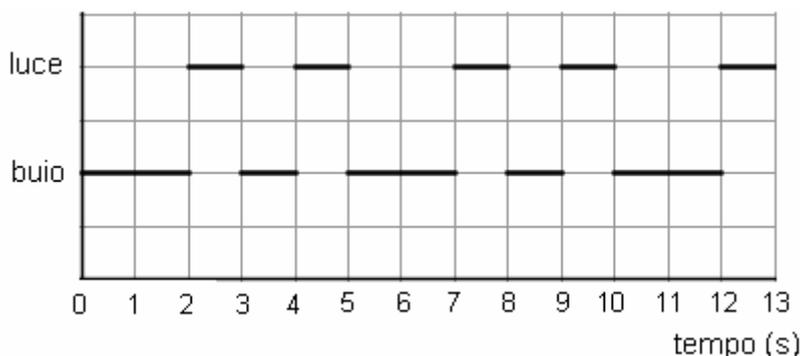
I fari aiutano le navi a trovare la rotta di notte quando navigano in prossimità della costa.

Il faro emette segnali luminosi con una sequenza regolare fissa.

Ciascun faro ha una propria sequenza.

Il diagramma qui sotto rappresenta la sequenza dei segnali di un determinato faro.

I segnali luminosi si alternano a momenti di buio.



Si tratta di una sequenza regolare che si ripete dopo qualche tempo.

Il tempo necessario per completare una sequenza, prima che cominci a ripetersi, si chiama *periodo*.

Se trovi il periodo di una sequenza,

è facile continuare il diagramma

per i successivi secondi, minuti o persino ore.

Domanda 1

Quale, fra i seguenti periodi, può corrispondere alla sequenza di questo faro?

- A. 2 secondi B. 3 secondi C. 5 secondi D. 12 secondi

Domanda 2

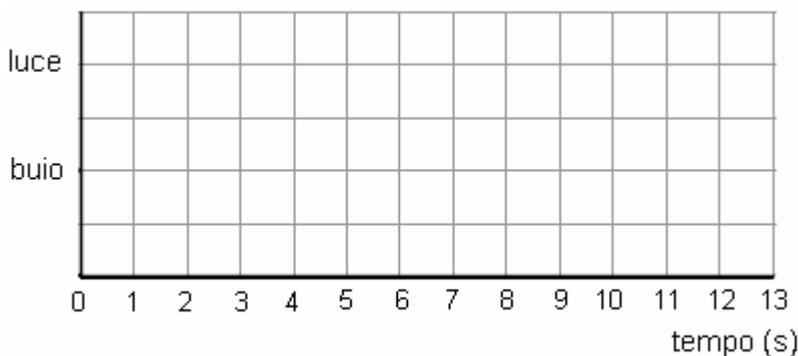
Per quanti secondi il faro emette luce nel corso di 1 minuto?

- A. 4 B. 12 C. 20 D. 24

Domanda 3

Nella seguente griglia, disegna il grafico di una possibile sequenza di un faro che emette luce per un totale di 30 secondi ogni minuto.

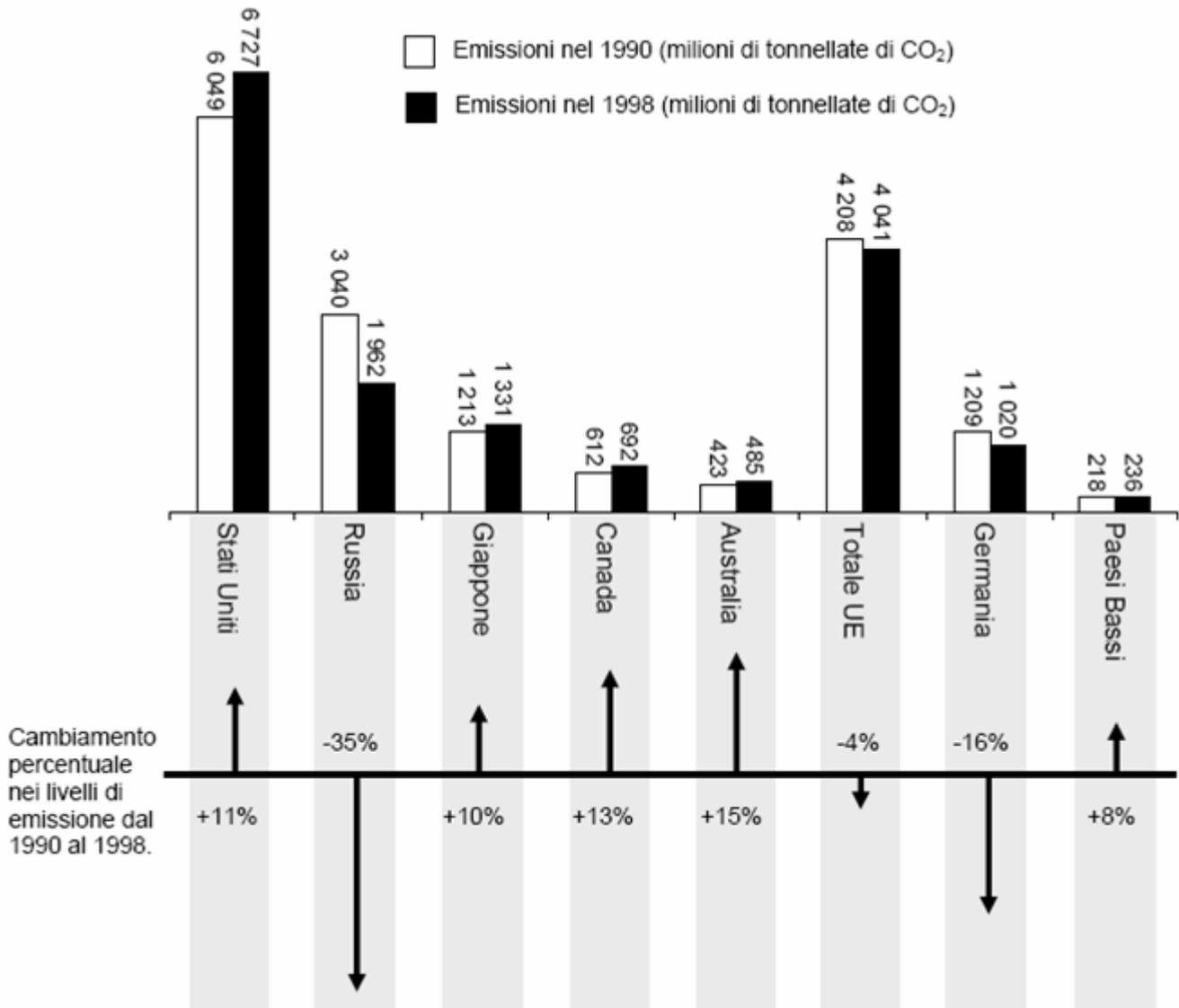
Il periodo della sequenza deve essere di 6 secondi.



34) RIDURRE I LIVELLI DI CO₂

Molti scienziati temono che il crescente livello di gas CO₂ nella nostra atmosfera stia causando cambiamenti climatici.

Il diagramma che segue mostra per diversi paesi (o aree geografiche) i livelli di emissione di CO₂ nel 1990 (le colonne chiare), i livelli di emissione nel 1998 (le colonne scure) e il cambiamento percentuale nei livelli di emissione tra il 1990 e il 1998 (le frecce con le percentuali).



Domanda 1

Nel diagramma si legge che negli Stati Uniti l'aumento del livello di emissione di CO₂ dal 1990 al 1998 è stato dell'11%. Scrivi i calcoli che dimostrano come si è ottenuto l'11%.

Domanda 2

Matilde ha analizzato il diagramma e sostiene di aver scoperto un errore nel cambiamento percentuale nei livelli di emissione:

«La diminuzione percentuale in Germania (16%) è maggiore della diminuzione percentuale nell'intera Unione Europea (totale UE, 4%). Questo non è possibile, dal momento che la Germania fa parte dell'UE». Sei d'accordo con Matilde quando dice che non è possibile? Spiega i motivi della tua risposta.

Domanda 3

Matilde e Nicola hanno discusso per sapere in quale paese (o area geografica) c'è stato il maggiore aumento di emissioni di CO₂.

Sulla base del diagramma, ciascuno è arrivato a una diversa conclusione.

Fornisci due possibili risposte «corrette» alla questione e spiega come si può ottenere ciascuna risposta.

35) EDIFICIO A SPIRALE

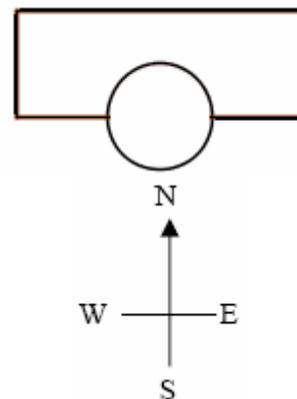
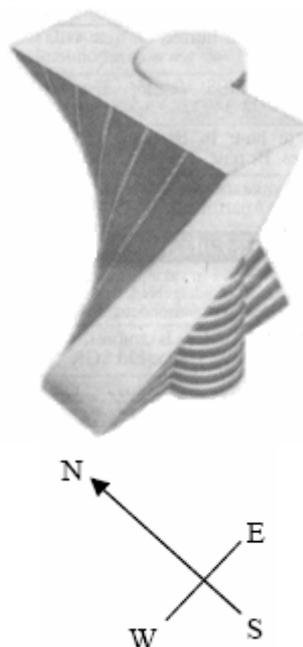
Nell'architettura moderna, gli edifici hanno spesso forme insolite. La figura qui a fianco mostra un modello fatto al computer di un «edificio a spirale» e una pianta del piano terra. I punti cardinali mostrano l'orientamento dell'edificio.

Al piano terra dell'edificio si trovano l'ingresso principale e uno spazio per i negozi. Sopra al piano terra ci sono 20 piani di appartamenti. La pianta di ciascun piano è simile alla pianta del piano terra, ma ognuna ha un orientamento leggermente diverso rispetto al piano inferiore. Il cilindro contiene il vano dell'ascensore e un pianerottolo ad ogni piano.

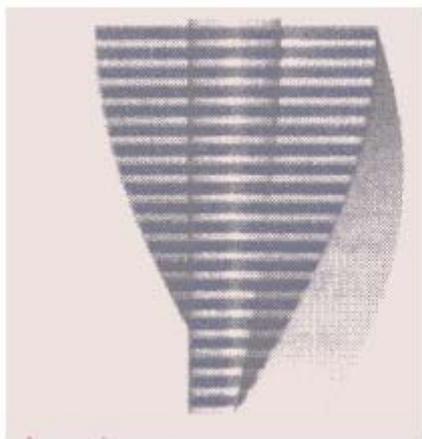
Domanda 1

Stima l'altezza totale dell'edificio, in metri. Spiega come sei arrivato alla risposta.

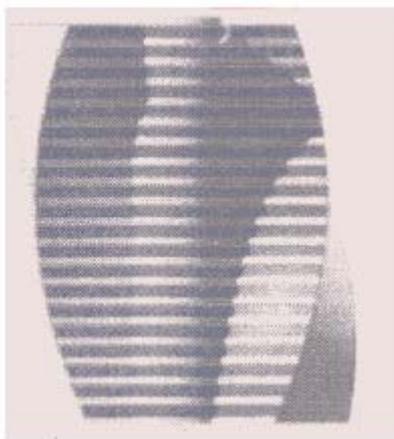
.....



Le figure che seguono sono vedute laterali dell'edificio a spirale.



Veduta laterale 1



Veduta laterale 2

Domanda 2 - Da quale direzione è stata presa la veduta laterale 1?

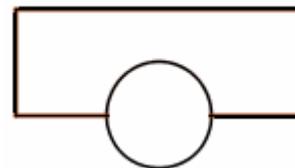
- A. Da Nord B. Da Ovest C. Da Est D. Da Sud

Domanda 3 - Da che direzione è stata presa la veduta laterale 2?

- A. Da Nord-Ovest B. Da Nord-Est C. Da Sud-Ovest D. Da Sud-Est

Domanda 4

Ciascun piano di appartamenti presenta una certa "torsione" rispetto al piano terra. L'ultimo piano (il 20° sopra il piano terra) è ad angolo retto rispetto al piano terra. Il disegno qui a destra rappresenta il piano terra. Su questo disegno traccia la pianta del 10° piano, mostrando come questo piano è situato rispetto al piano terra.



36) CONCERTO ROCK

In occasione di un concerto rock, è stato riservato per gli spettatori un campo rettangolare di 100 m per 50 m. Il concerto ha registrato il tutto esaurito e il campo era pieno di *fans*, tutti in piedi.

Fra i seguenti numeri, quale fornisce la stima più attendibile del numero totale di spettatori?

- A. 2.000 B. 5.000 C. 20.000 D. 50.000 E. 100.000

37) TARIFFE POSTALI

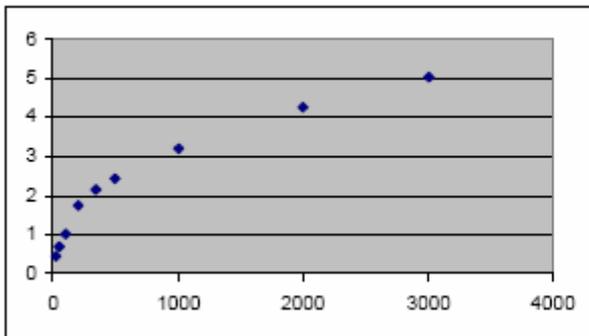
In Zedlandia le tariffe postali si basano sul peso di ciò che viene spedito (arrotondato al grammo) come mostrato nella seguente tabella:

Peso (arrotondato al grammo)	Tariffa
Fino a 20 g	0,46 zed
21 g - 50 g	0,69 zed
51 g - 100 g	1,02 zed
101 g - 200 g	1,75 zed
201 g - 350 g	2,13 zed
351 g - 500 g	2,44 zed
501 g - 1.000 g	3,20 zed
1.001 g - 2.000 g	4,27 zed
2.001 g - 3.000 g	5,03 zed

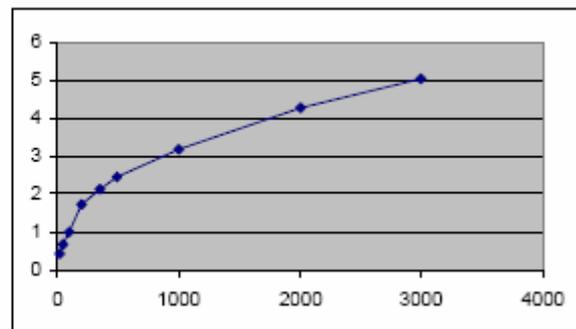
Domanda 1

Quale dei seguenti grafici è la migliore rappresentazione delle tariffe postali in Zedlandia? (Sull'asse orizzontale è rappresentato il peso in grammi e sull'asse verticale la tariffa in zed)

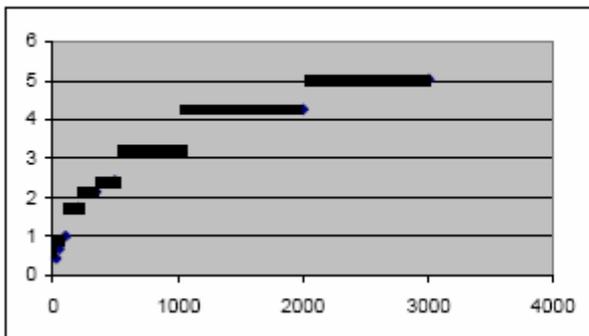
A



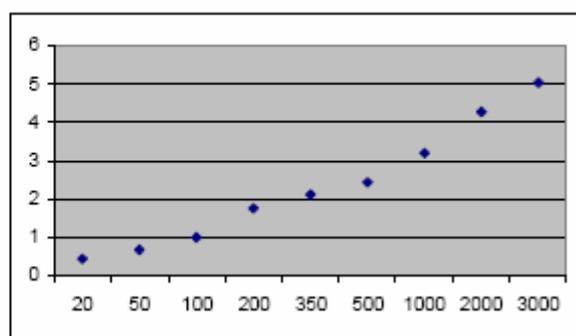
B



C



D



Domanda 2

Giacomo vuole spedire ad un amico due lettere, che pesano rispettivamente 40 grammi e 80 grammi. In base alle tariffe postali zedlandesi, decidi se è più economico spedire le due lettere in un'unica busta o spedire le lettere in due buste separate. Mostra i calcoli del costo in ciascun caso.

38) VOLO SPAZIALE

La stazione spaziale Mir è rimasta in orbita per 15 anni e ha fatto circa 86.500 volte il giro della Terra durante il tempo trascorso nello spazio. La permanenza più lunga di un cosmonauta nella stazione Mir è stata di circa 680 giorni. Quante volte, all'incirca, questo cosmonauta ha volato intorno alla Terra?

A. 110 B. 1.100 C. 11.000 D. 110.000

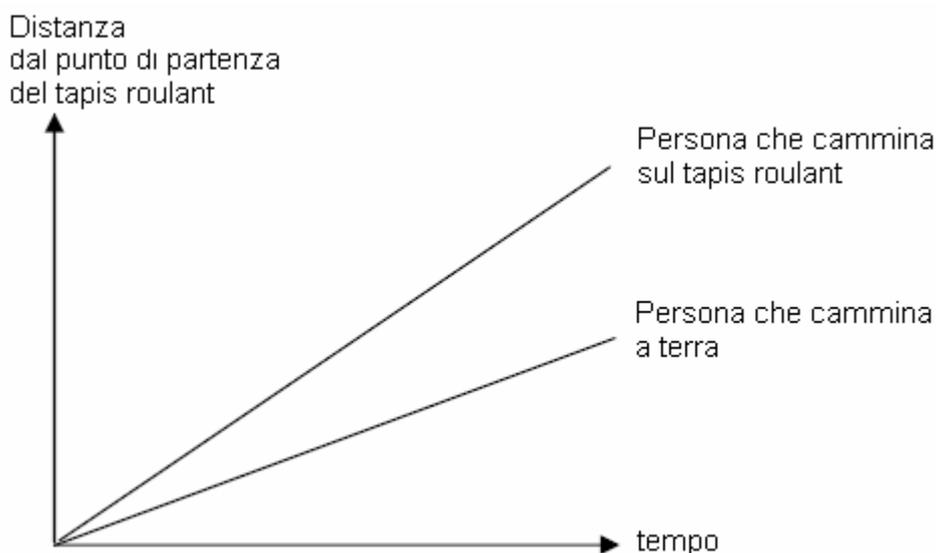
39) TAPIS ROULANTS

Sulla destra trovi la fotografia di due tapis roulants.

Il grafico Distanza-Tempo che segue permette di confrontare tra il “camminare sul tapis roulant” e il “camminare a terra accanto al tapis roulant” di due persone.

Supponi che, nel grafico qui sotto, le due persone camminino più o meno alla stessa velocità.

Aggiungi alla figura la linea Distanza-Tempo di una persona ferma sul tapis roulant.



40) LICHENI

Un effetto del riscaldamento globale è che alcuni ghiacciai si stanno sciogliendo. Dodici anni dopo la scomparsa del ghiaccio, minuscole piante, chiamate licheni, cominciano a crescere sulle rocce. Ogni lichene si sviluppa approssimativamente in forma circolare.

La relazione fra il diametro di questo cerchio e l'età del lichene può essere approssimata con la formula: $d = 7,0 \times \sqrt{t-12}$ per $t \geq 12$, dove d rappresenta il diametro del lichene in millimetri, e t rappresenta il numero di anni dopo che il ghiaccio è scomparso.

Domanda 1 - Usando la formula, calcola il diametro del lichene, 16 anni dopo la scomparsa del ghiaccio. Scrivi i tuoi calcoli.

.....

Domanda 2 - Anna ha misurato il diametro di un certo lichene trovandolo di 35 millimetri. Quanti anni fa è scomparso il ghiaccio in quel luogo?

.....

41) MONETE

Ti viene richiesto di progettare una nuova serie di monete.

Queste dovranno essere circolari e di colore argenteo, ma di diametri differenti.

Gli studi effettuati hanno indicato per un set di monete ideale le seguenti caratteristiche:

- i diametri delle monete non devono essere inferiori a 15 mm e non devono superare i 45 mm;
- data una moneta, il diametro della moneta successiva deve essere maggiore del 30% almeno;
- il macchinario della zecca può produrre soltanto monete il cui diametro misuri un numero intero di mm (ad esempio, 17 millimetri è permesso, 17,3 mm no).

Progetta una linea di monete che soddisfi le caratteristiche specificate.

Inizia con una moneta da 15 mm e fai in modo che il tuo set contenga quante più monete possibile.

Quali dovranno essere i diametri delle monete?

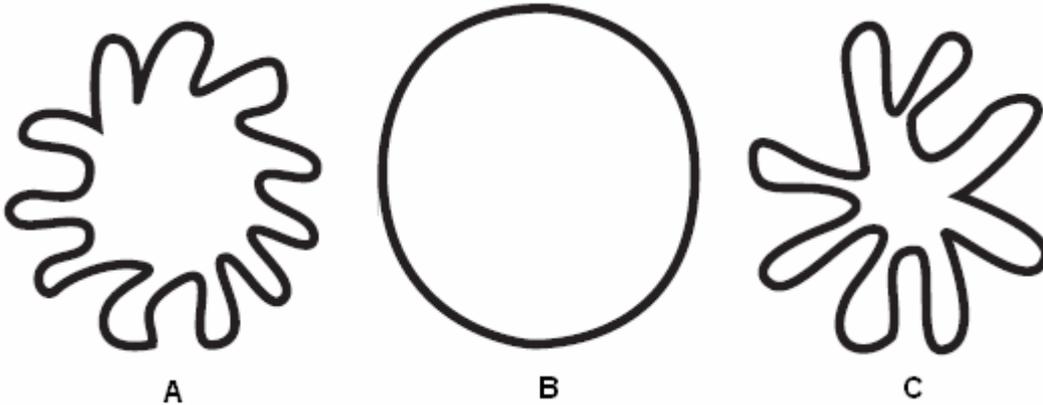
.....

42) PIZZE

Una pizzeria serve due pizze rotonde dello stesso spessore ma di diametri diversi.
La più piccola ha un diametro di 30 cm e costa 30 zed;
l'altra ha un diametro di 40 cm e costa 40 zed.

**Quale delle due pizze è più a buon mercato?
Spiega il tuo ragionamento.**

.....

43) FORME**Domanda 1**

Quale delle figure ha area maggiore?
Spiega il tuo ragionamento.

.....

Domanda 2

Descrivi un metodo per stimare l'area della figura C.

.....

Domanda 3

Descrivi un metodo per stimare il perimetro della figura C.

.....

44) TERRAZZA

Nicola vuole pavimentare la terrazza rettangolare della sua nuova casa.
La terrazza è lunga 5,25 metri e larga 3,00 metri.
Servono 81 mattoni per metro quadrato.
Calcola quanti mattoni ci vogliono per l'intera terrazza.

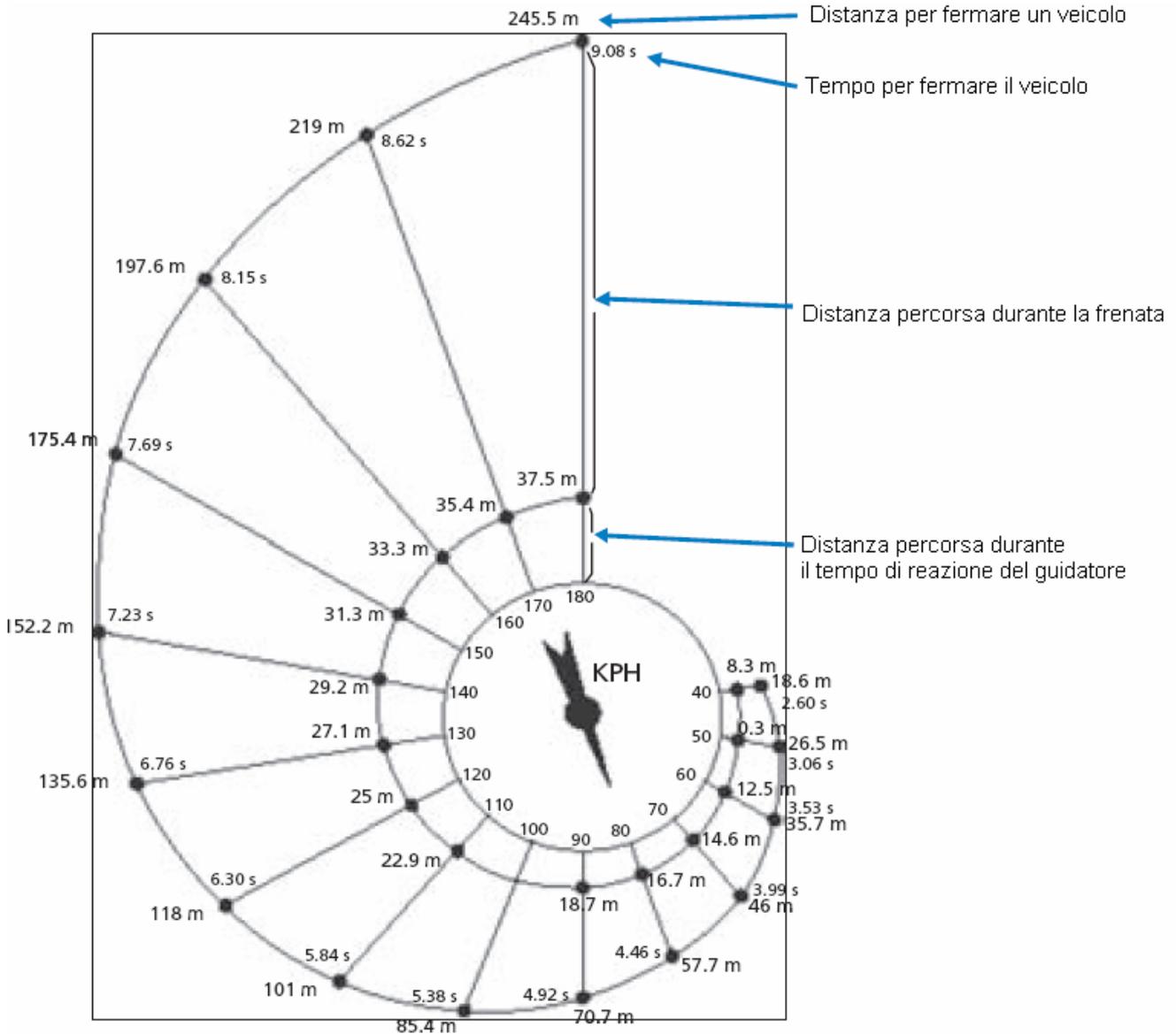
.....

45) FRENATA

La distanza approssimata necessaria per arrestare un veicolo è la somma:
 della distanza coperta durante il “tempo di reazione”
 (= l’intervallo di tempo che occorre al guidatore per iniziare a premere i freni)
 e della distanza percorsa durante la frenata.

Il diagramma a “chiocciola” sottostante mostra la distanza di arresto teorica per un veicolo, in condizioni ottimali (guidatore particolarmente vigile, freni e gomme in perfetto stato, strada asciutta con asfalto integro) ed evidenzia come tale distanza dipenda dalla velocità (fonte:

La Prévention Routière, Ministère de l’Education nationale, de la Recherche et de la Technologie, France)



Domanda 1

Se un veicolo sta viaggiando a 110 km/h, che distanza percorre durante il “tempo di reazione”?

Domanda 2

Se un veicolo sta viaggiando a 110 km/h, qual è la distanza totale percorsa prima che si fermi?

Domanda 3

Se un veicolo sta viaggiando a 110 km/h, quanto tempo ci vuole perché si arresti completamente?

Domanda 4

Se un veicolo sta viaggiando a 110 km/h, qual è la distanza percorsa mentre sono in azione i freni?

RISPOSTE ai quesiti PISA1) FATTORIE Domanda 1: 144 m^2 Domanda 2: 6 m

2) MELI

n	Numero di meli	Numero di conifere
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

2 Ad esempio, si può impostare l'equazione $n^2 = 8n$ che ha per soluzioni $n = 0$ (da scartare) e $n = 8$; oppure procedere per tentativi, osservando che $8^2 = 8 \cdot 8$ 3 Ad es.: numero di meli = $n \cdot n$ e numero di conifere = $8 \cdot n$; entrambe le formule hanno un fattore n , ma quella dei meli ha anche l'altro fattore uguale a n ; questo aumenterà, mentre il fattore 8 resta costante. Si può anche fare un grafico (parabola con retta) per far vedere che n^2 aumenta più velocemente di $8n$ quando $n > 8$.

(a) (b) (c)

1	5	4
2	6	5

3) DADI

(d) (e) (f)

4) AREA DI UN CONTINENTE

Si può tracciare un rettangolo, o anche un cerchio; o cercare di "ricoprire" il continente con un "puzzle" di figure di cui si riesca a calcolare l'area.

Possono ritenersi accettabili, perché non troppo lontane dal vero, le stime comprese fra 12 000 000 e 18 000 000 km^2

5) VELOCITA' DI UN'AUTO DA CORSA 1: B 2: C 3: B 4: B

6) TRIANGOLI: D

7) FURTI Ma no, che non c'è stato un grande incremento!

L'asse verticale qui è stato "tagliato", e se si guardano i numeri si vede che l'incremento, da 508 a 516, c'è stato, ma è veramente minimo, in percentuale: inferiore all' 1,6 %

8) CARPENTIERE: Sì, No, Sì, Sì nell'ordine

9) CHIACCHIERATA VIA INTERNET

1: le 10 del mattino

2: si può accettare, come risposta corretta, qualsiasi coppia di ore o di intervalli di tempo tale che ci siano 9 ore di differenza e che si rientri nell'intervallo

Sydney: 16:30 – 18:00 ; Berlino: 7:30 – 9:00 oppure Sydney: 7:00 – 8:00; Berlino: 22:00 – 23:00

10) TASSO DI CAMBIO 1: 12 600 ZAR 2: 975 SGD 3: Sì, per calcolare quanti SGD equivalgono a x ZAR bisogna fare una divisione, e dividendo per 4,0 il risultato è maggiore che dividendo per 4,2

11) ESPORTAZIONI 1: 27,1 milioni di zed 2: E (3,8 milioni di zed)

12) CAMELLE COLORATE: B (20 %) 13) LIBRERIA: 5

14) RIFIUTI

La risposta deve far riferimento al fatto che le differenze fra le lunghezze delle barre sarebbero troppo grandi, e/o al fatto che alcuni dati, ad esempio l'ultimo, non sono determinati con esattezza ... per cui non si saprebbe quanto fare lunga la barra corrispondente

15) TERREMOTI: C 16) SCELTE: 6

17) SKATEBOARD 1: minimo 80, massimo 137 2: D (12) 3: 65, 14, 16, 20

18) SCALA: 18 19) DADI DA GIOCO: No, Sì, Sì, No nell'ordine

20) POPOLARITA' DEL PRESIDENTE

Il giornale 3: sondaggio più recente, con un campione più numeroso, e persone scelte casualmente, fra i soli votanti (possono considerarsi corrette le risposte che danno almeno 2 fra queste motivazioni)

21) L'AUTOMOBILE MIGLIORE 1: 15 PUNTI 2: Va bene qualsiasi formula che garantisca la vittoria a «Ca». I moltiplicatori dovranno essere più grandi per S e A, dove «Ca» ha punteggio alto.

22) MOTIVI A SCALETTA: 10

23) CONCENTRAZIONE DI UN MEDICINALE

1:	Ore	8.00	9.00	10.00	11.00	2: D (32 mg)	3: C (40%)
	Penicillina (mg)	300	180	108	circa 65 (64,8)		

24) COSTRUZIONE DI SOLIDI 1: 12 cubetti 2: 27 cubetti 3: 26 cubetti 4: 96 cubetti

Medaglia	Corsia	Tempo di reazione (s)	Tempo finale (s)
ORO	3	0,197	9,87
ARGENTO	2	0,136	9,99
BRONZO	6	0,216	10,04

1: 2: Sì. Se avesse avuto un tempo di reazione di 0,05 s più breve, sarebbe arrivato a pari merito con il 2°.
Oppure: Sì, avrebbe potuto vincere la medaglia d'argento se il suo tempo di reaz. fosse stato $\leq 0,166$ s.

26) SERBATOIO PER L'ACQUA: B 27) FIERA DI PRIMAVERA: B 28) ALTALENA: A

29) STATURA DEGLI STUDENTI: No per tutte le alternative

30) PREZZI PER SUPERFICIE 1: Errata; Corretta; Errata; Corretta 2: $300000 : 250 \cdot 85 = 102000$ zed

31) SCARPE PER BAMBINI: 26

32) TORNEO DI PING PONG

E' considerata esatta qualunque risposta nella quale le quattro restanti partite siano descritte correttamente e correttamente distribuite nel 2° e 3° turno.

Ad es., ma è solo una delle possibilità:

	Tavolo 1	Tavolo 2
1° turno	Tommaso - Riccardo	Carlo - Daniele
2° turno	Tommaso - Carlo	Riccardo - Daniele
3° turno	Tommaso - Daniele	Riccardo - Carlo

33) FARO 1: C 2: D

3: Il grafico deve mostrare una sequenza di luce e buio con segnali luminosi di 3 secondi ogni 6 secondi, e con un periodo di 6 secondi. È possibile realizzarla nei seguenti modi:

1 segnale di un secondo e uno di due secondi (che possono essere rappresentati in molti modi diversi);
oppure 1 segnale di tre secondi (che può essere rappresentato in quattro modi diversi).

Ovviamente, se mostri nella griglia due periodi, la sequenza deve essere identica per entrambi.

34) RIDURRE I LIVELLI DI CO₂

1: $6727 - 6049 = 678$; $678/6049 = 0,112... \approx 11\%$

2: No, altri paesi dell'UE possono avere aumenti - per esempio i Paesi Bassi - o diminuzioni di piccola entità, così che la diminuzione totale nell'UE può essere inferiore rispetto alla diminuzione in Germania.

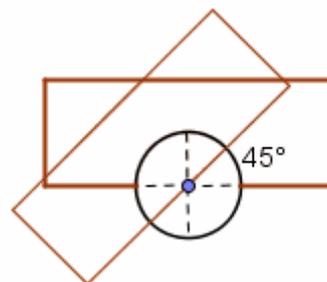
3: Gli USA hanno il maggiore aumento assoluto e l'Australia ha il maggiore aumento percentuale.

35) EDIFICIO A SPIRALE

1: Si possono accettare risposte da 50 a 90 metri se viene fornita una spiegazione convincente. Un piano dell'edificio potrà avere un'altezza di circa 2,5 metri; c'è dello spazio in più tra i piani; quindi una stima è $21 \times 3 = 63$ m ... oppure ... si può prevedere un'altezza maggiore per ogni piano ... e, in particolare, un piano terra più alto dei rimanenti ...

2: C (da Est) 3: D (da Sud Est)

4: un disegno corretto indica il centro di rotazione esatto e una rotazione antioraria di 45°

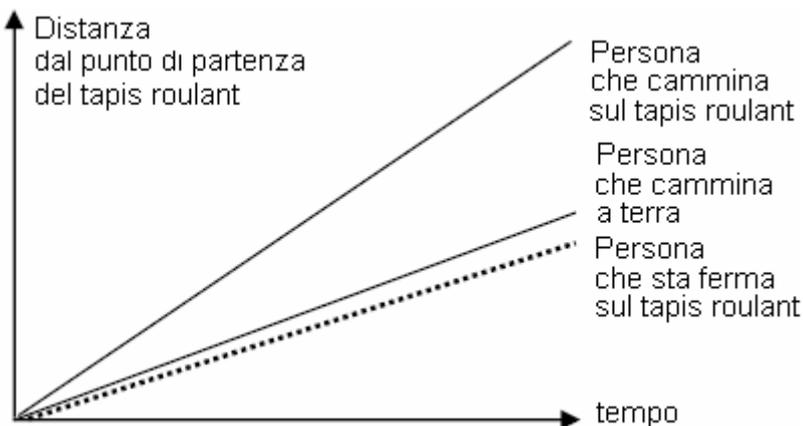


36) CONCERTO ROCK: C

37) TARIFFE POSTALI 1: C 2: E' più economico spedire le due lettere in due buste separate. Il costo sarà $0,69 + 1,02 = 1,71$ zed per due buste separate e 1,75 zed per una busta sola contenente entrambe le lettere.

38) VOLO SPAZIALE: C

39) TAPIS ROULANTS



40) LICHENI 1: 14 mm 2: 37 anni

41) MONETE; 15 - 20 - 26 - 34 - 45

42) PIZZE

La pizza più grande conviene di più

43) FORME

1: B è più grande, ad esempio perché potrebbe contenere ciascuna delle altre

2, 3, 4: vedi ⇨

44) TERRAZZA: 1275,75 o 1276

45) FRENATA

1: 22,9 m 2: 101 m

3: 5,84 secondi 4: 78,1 m