$$t_5 : \begin{cases} x' = 3x \\ y' = -2y \end{cases}$$

a)

1)

Quanto vale la "costante di affinità" D $= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ **?**

$$t_5 : \begin{cases} x' = 3x \\ y' = \quad -2y \end{cases}$$

$$\mathrm{D} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -6$$

2)
L'affinità in esame è diretta o è inversa?

E' inversa ($\mathrm{D} < 0$)

3)
E' una isometria?

No.

4)
E' un "caso particolare" fra quelli del paragrafo 16
(traslazione, simmetria rispetto a un punto o a una parallela agli assi, omotetia …)?

Sì, è una dilatazione di centro l'origine e rapporti
orizzontale = 3, verticale = –2,
avendo equazioni $\begin{cases} x' = 3x \\ y' = -2y \end{cases}$ e perciò della forma $d_{\mathrm{O,\,h,\,k}} : \begin{cases} x' = hx \\ y' = ky \end{cases}$

b)
1)
Determina, tramite passaggi algebrici, le equazioni dell'affinità inversa.

L'inversa di $\begin{cases} x' = 3x \\ y' = -2y \end{cases}$ è: $\boxed{\begin{cases} x = \frac{1}{3}x' \\ y = -\frac{1}{2}y' \end{cases}}$

oppure, scambiando la coppia $(x,\, y)$ con la $(x',\, y')$, $\boxed{\begin{cases} x' = \frac{1}{3}x \\ y' = -\frac{1}{2}y \end{cases}}$

2)
L'affinità in esame è involutoria?

No

3)
Nel caso l'affinità considerata fosse "particolare", abbi cura di controllare se è confermato che

- **l'inversa di una traslazione è la traslazione di vettore opposto;**
- **l'inversa di un'omotetia di rapporto *k* è un'omotetia con lo stesso centro, e rapporto 1/*k*;**
- **l'inversa di una simmetria (centrale o assiale) è la simmetria stessa**

Anche se non l'abbiamo visto esplicitamente, si intuisce – ed è ben facile dimostrare –
che l'inversa di una dilatazione è ancora una dilatazione, avente per centro lo stesso centro,
e per rapporti i reciproci dei rapporti della dilatazione diretta …
analogamente all'omotetia, che si può interpretare come una
dilatazione con rapporti orizzontale e verticale uguali.

c)

Determina l'immagine e poi la controimmagine:

1) della retta $r: y = 2x + 1$

Curva assegnata:

$y = 2x + 1$

Equazioni trasformazione inversa:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{3}x \\ y' = -\dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

Equazione curva immagine:

$$-\frac{1}{2}y = 2 \cdot \frac{1}{3}x + 1$$

$$-3y = 4x + 6$$

$$\boxed{y = -\frac{4}{3}x - 2}$$

Equazioni trasformazione diretta:

$$\begin{cases} x' = 3x \\ y' = -2y \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine:

$$-2y = 2 \cdot 3x + 1$$

$$-2y = 6x + 1$$

$$\boxed{y = -3x - \frac{1}{2}}$$

2) della circonferenza $\gamma: x^2 + y^2 = 1$

Curva assegnata:

$x^2 + y^2 = 1$

Equazioni trasformazione inversa:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{3}x \\ y' = -\dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

Equazione curva immagine:

$$\left(\frac{1}{3}x\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}y\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 1$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1}$$

Equazioni trasformazione diretta:

$$\begin{cases} x' = 3x \\ y' = -2y \end{cases}$$

Equazione curva controimmagine:

$$(3x)^2 + (-2y)^2 = 1$$

$$\boxed{9x^2 + 4y^2 = 1}$$