

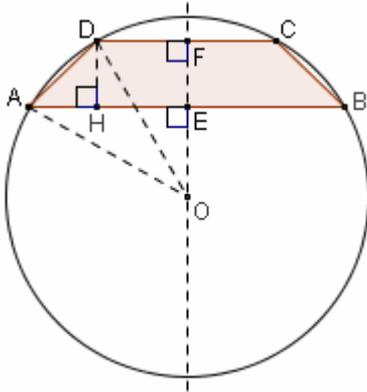
□ PROBLEMI SUI POLIGONI REGOLARI

1) Un trapezio è inscritto in una circonferenza di raggio r .

Determinare il lato obliquo del trapezio, sotto l'ipotesi che le sue basi siano uguali ai lati del triangolo equilatero inscritto e dell'esagono inscritto.

Distinguere i due casi:

- le due basi stanno, rispetto al centro, dalla stessa parte;
- le due basi stanno da parti opposte rispetto al centro.



Tracciamo il diametro perpendicolare alle due basi, e applicando Pitagora ai due triangoli rettangoli OAE, ODF potremo ricavare OE ed OF per poi calcolare la differenza OF-OE che sarà uguale all'altezza DH del trapezio. Calcoleremo successivamente AH come semidifferenza fra le basi. Infine, con Pitagora su AHD, determineremo AD.

Procediamo.

$$AB = \text{lato triangolo equilatero inscritto} = r\sqrt{3} \text{ da cui } AE = \frac{AB}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

$$DC = \text{lato esagono regolare inscritto} = r \text{ da cui } DF = \frac{DC}{2} = \frac{r}{2}$$

Quindi

$$OE = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{r^2 - \frac{3r^2}{4}} = \sqrt{\frac{4r^2 - 3r^2}{4}} = \sqrt{\frac{r^2}{4}} = \frac{r}{2}$$

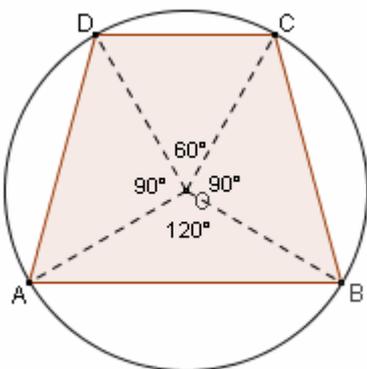
$$OF = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \sqrt{\frac{4r^2 - r^2}{4}} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{r}{2}\sqrt{3}$$

$$DH = FE = OF - OE = \frac{r}{2}\sqrt{3} - \frac{r}{2} = \frac{r}{2}(\sqrt{3} - 1)$$

$$AH = \frac{AB - DC}{2} = \frac{r\sqrt{3} - r}{2} = \frac{r(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

Allora il triangolo AHD è rettangolo ISOSCELE, quindi ha gli angoli acuti di 45°

$$\text{e pertanto } AD = AH\sqrt{2} = \frac{r}{2}(\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{2} = \frac{r(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{2}$$



Nel caso in cui le basi stiano da parti opposte rispetto al centro, possiamo procedere in modo simile a prima o anche **evitando completamente i calcoli**:

infatti, se la corda AB è uguale al lato del triangolo equilatero inscritto, sull'arco che va da A fino a B insistono angoli alla circonferenza di 60° e pertanto l'angolo al centro \widehat{AOB} è di 120° .

Analogamente, se DC è uguale al lato dell'esagono regolare inscritto, a DC corrisponde un angolo al centro di 60° : $\widehat{DOC} = 60^\circ$.

$$\text{Allora } \widehat{AOD} = \frac{360^\circ - 120^\circ - 60^\circ}{2} = 90^\circ$$

e il triangolo AOD è rettangolo isoscele: $AD = OA\sqrt{2} = r\sqrt{2}$.