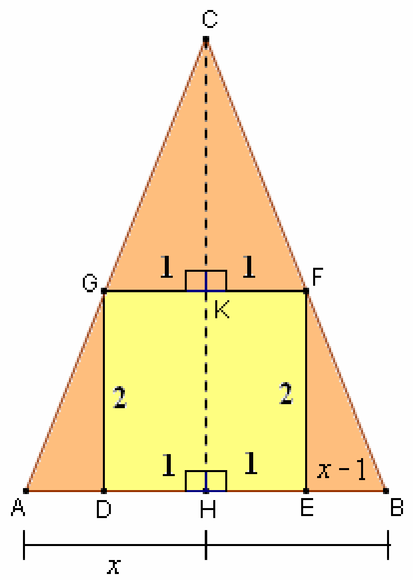
**20)**
**In un triangolo isoscele di area $9\ \text{cm}^2$**
**è inscritto un quadrato di lato $2\text{cm}$.**
**Quanto misura la base del triangolo?**




Poniamo $\text{AH} = \text{HB} = x$
e avremo:
$\text{AB} = 2x,$
$\text{EB} = x - 1.$

Sfruttando la similitudine fra CKF e FEB
(rettangoli, $\text{C}\hat{\text{F}}\text{K} = \text{F}\hat{\text{B}}\text{E}$ perché corrispondenti rispetto a due parallele con trasversale)
potremo scrivere una proporzione finalizzata ad esprimere CK in funzione di $x$, ad esempio:

$$\text{CK} : \text{FE} = \text{KF} : \text{EB}$$

da cui

$$\text{CK} = \frac{\text{FE} \cdot \text{KF}}{\text{EB}} = \frac{2 \cdot 1}{x-1} = \frac{2}{x-1}.$$

Ne consegue che

$$\text{CH} = \text{CK} + \text{KH} = \frac{2}{x-1} + 2 = \frac{\cancel{2} + 2x \cancel{-2}}{x-1} = \frac{2x}{x-1}$$

(puoi, per esercizio, controllare che avremmo ottenuto per CH la stessa espressione
anche sfruttando direttamente la similitudine fra i triangoli CHB e FEB,
il che sarebbe stato anzi più veloce)

A questo punto, poiché conosciamo la misura dell'area di ABC, avremo

$$\frac{\text{AB} \cdot \text{CH}}{2} = 9; \quad \cancel{2}x \cdot \frac{2x}{x-1} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 9; \quad \frac{2x^2}{x-1} = 9;$$

$$2x^2 = 9x - 9$$

(nel mandar via il denominatore dovremmo scrivere la condizione $x \neq 1$,
ma comunque è evidente che una eventuale soluzione $x = 1$
non potrebbe essere accettata per motivi geometrici: deve essere infatti evidentemente $x > 1$)

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81-72}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{9 \pm 3}{4} = \left\langle \begin{array}{l} 6/4 = 3/2 \\ 12/4 = 3 \end{array} \right.$$

da cui

$$\text{AB} = base = 2x = \left\langle \begin{array}{l} 3\ cm \\ 6\ cm \end{array} \right.$$