

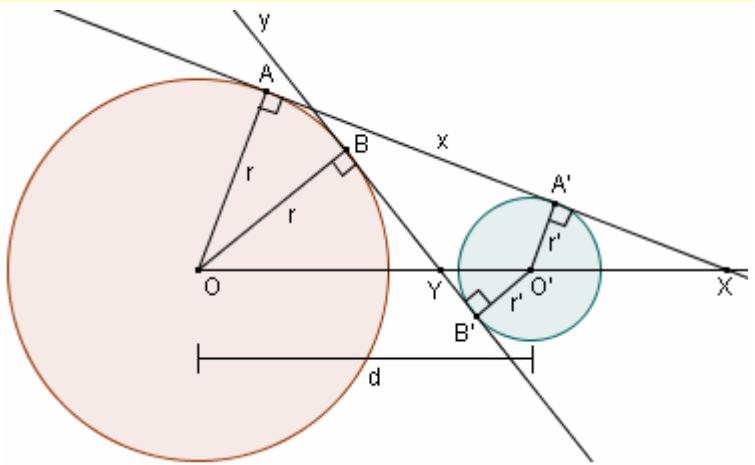
□ PROBLEMI SULLE SIMILITUDINI

D) Problemi vari sulle similitudini

- 19) I centri O e O' di due circonference, di raggi r e r' rispettivamente (con $r > r'$) hanno distanza $OO' = d$ ($d > r + r'$).

Una tangente comune x taglia il prolungamento del segmento OO' nel punto X; un'altra tangente comune y taglia OO' internamente, in Y.

Determinare le misure dei segmenti $OX, O'X, OY, O'Y, YX$



I)

$$OAX \sim O'A'X$$

$$OX : O'X = OA : O'A'$$

$$OX : (OX - d) = r : r'$$

$$r \cdot OX - rd = r' \cdot OX$$

$$r \cdot OX - r' \cdot OX = rd$$

$$(r - r') \cdot OX = rd$$

$$\boxed{OX = \frac{rd}{r - r'}}$$

$$\boxed{O'X =} OX - d = \frac{rd}{r - r'} - d =$$

$$= \frac{rd - r'd + r'd}{r - r'} = \boxed{\frac{r'd}{r - r'}}$$

$$OBY \sim O'B'Y$$

$$OY : O'Y = OB : O'B'$$

$$OY : (d - OY) = r : r'$$

$$rd - r \cdot OY = r' \cdot OY$$

$$-r \cdot OY - r' \cdot OY = -rd$$

$$r \cdot OY + r' \cdot OY = rd$$

$$(r + r') \cdot OY = rd$$

$$\boxed{OY = \frac{rd}{r + r'}}$$

$$\boxed{O'Y =} d - OY = d - \frac{rd}{r + r'} =$$

$$= \frac{rd + r'd - rd}{r + r'} = \boxed{\frac{r'd}{r + r'}}$$

$$\boxed{YX =} OX - OY =$$

$$= \frac{rd}{r - r'} - \frac{rd}{r + r'} =$$

$$= \frac{rd(r + r') - rd(r - r')}{(r - r')(r + r')} =$$

$$= \frac{rd(r' + r) - rd(r - r')}{(r - r')(r + r')} =$$

$$= \frac{rd \cdot 2r'}{(r - r')(r + r')} =$$

$$= \boxed{\frac{2rr'd}{r^2 - r'^2}}$$