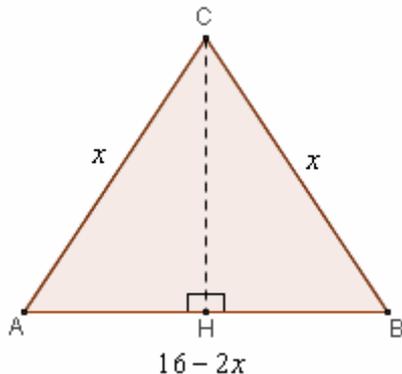


❑ **PROBLEMI GEOMETRICI DI SECONDO GRADO**

- 2) In un triangolo isoscele ABC, di base AB, il perimetro misura 16 cm, e la somma dei quadrati costruiti sui tre lati misura 86 cm^2 .
Determinare i lati e l'area di ABC.



$$\begin{aligned} CA &= CB \\ 2p(ABC) &= 16 \text{ cm} \\ AB^2 + CA^2 + CB^2 &= 86 \text{ cm}^2 \text{ (NOTA)} \\ AB &=? \\ CA = CB &=? \\ S(ABC) &=? \end{aligned}$$

$$CA = CB = x$$

$$AB = 16 - 2x$$

$$x^2 + x^2 + (16 - 2x)^2 = 86$$

$$x^2 + x^2 + 256 - 64x + 4x^2 = 86$$

$$6x^2 - 64x + 170 = 0$$

$$3x^2 - 32x + 85 = 0$$

NOTA:

L'informazione sulla "somma dei quadrati costruiti sui tre lati" equivale, evidentemente, alla condizione che le misure dei lati stessi soddisfino alla condizione

$$AB^2 + CA^2 + CB^2 = 86 \text{ cm}^2$$

(relativa alla somma delle aree di quei tre quadrati).

E' quindi inutile, ai fini della risoluzione, disegnare i tre quadrati nella figura.

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 3 \cdot 85}}{3} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 255}}{3} = \frac{16 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{16 \pm 1}{3} = \begin{cases} \frac{15}{3} = 5 \\ \frac{17}{3} \end{cases}$$

Due possibilità, dunque:

$$\begin{aligned} CA = CB &= 5 \text{ cm} \\ AB &= 16 - 2 \cdot 5 = 16 - 10 = 6 \text{ cm} \\ AH = HB &= 6/2 = 3 \text{ cm} \\ CH &= \sqrt{CA^2 - AH^2} = \\ &= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \\ S(ABC) &= \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

OPPURE

$$\begin{aligned} CA = CB &= \text{cm } \frac{17}{3} \\ AB &= 16 - 2 \cdot \frac{17}{3} = 16 - \frac{34}{3} = \frac{48 - 34}{3} = \text{cm } \frac{14}{3} \\ AH = HB &= \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{2} = \text{cm } \frac{7}{3} \\ CH &= \sqrt{CA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{3}\right)^2 - \left(\frac{7}{3}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{289}{9} - \frac{49}{9}} = \sqrt{\frac{240}{9}} = \frac{\sqrt{240}}{3} = \frac{\sqrt{16 \cdot 15}}{3} = \frac{4\sqrt{15}}{3} \text{ cm} \\ S(ABC) &= \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{3} \cdot \frac{4\sqrt{15}}{3} = \frac{28\sqrt{15}}{9} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$