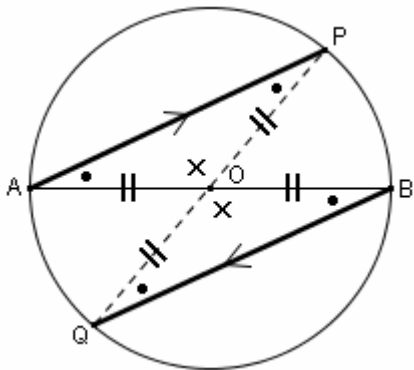


7) Se in una circonferenza, dai due estremi di un diametro, si tracciano due corde parallele fra loro, allora:

- I) queste corde sono uguali
- II) la congiungente gli altri due estremi passa per il centro



HP
 AB diametro
 AP \parallel BQ

TH
 I) AP = BQ
 II) la congiungente PQ passa per O

DIM.

I)

Tracciando i due raggi OP e OQ, si ottengono due triangoli isosceli, OAP e OBQ (OA=OP=OQ=OB perché raggi di una stessa circonferenza).

Dunque $\hat{P} = \hat{A}$ e $\hat{B} = \hat{Q}$.

Ma $\hat{A} = \hat{B}$ perché alterni interni rispetto a due parallele con trasversale: allora $\hat{P} = \hat{A} = \hat{B} = \hat{Q}$, e a questo punto si ha pure **$\hat{AOP} = \hat{BOQ}$ per differenza rispetto a 180° nei due triangoli**

(attenzione, importante:

NON possiamo dare per scontato che i due angoli \hat{AOP} e \hat{BOQ} siano opposti al vertice, perché, mentre i due segmenti AO e OB sono uno sul prolungamento dell'altro, in quanto sono i due "pezzi" di uno stesso diametro AB, non altrettanto possiamo affermare con sicurezza riguardo a OP e OQ.

In altre parole, noi sappiamo fin dall'inizio con certezza che l'angolo \hat{AOB} è piatto, mentre che sia piatto anche \hat{POQ} è intuitivamente plausibile, ma per ora non noto né dimostrato).

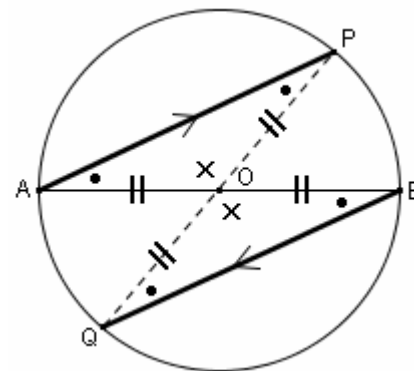
Tornando ai due triangoli OAP e OBQ, essi sono uguali per il 2° Criterio e ne consegue la tesi AP=BQ c.v.d.

II)

Per dimostrare la tesi II) si può procedere in due modi.

- a) Se riuscissimo a provare che i due segmenti PO e OQ stanno proprio uno sul prolungamento dell'altro, saremmo a posto, perché allora essi costituirebbero due "pezzi" di una medesima retta passante per O, la retta PQ appunto. Proponiamoci allora di mostrare che l'angolo \hat{POQ} è piatto. Ci riusciremo attraverso l'uguaglianza angolare $\hat{AOP} = \hat{BOQ}$ ricavata per differenza di angoli al punto I). Dunque:

$$\hat{POQ} = \hat{POB} + \hat{BOQ} = \hat{POB} + \hat{AOP} = \hat{AOB} = 180^\circ \quad \text{c.v.d.}$$



- b) E' possibile anche ragionare in modo completamente diverso.

Traccia le due congiungenti AQ e PB:

otterrai un quadrilatero, APBQ, con due lati opposti paralleli e uguali, quindi un parallelogrammo.

La figura mostra, di tale parallelogrammo, la diagonale AB, mentre riguardo ai due segmenti OP e OQ,

è sempre il solito discorso: sarebbe un errore logico dare per scontato che stiano

uno sul prolungamento dell'altro e che quindi formino nel loro insieme l'altra diagonale di APBQ ...

senonché, per una nota proprietà dei parallelogrammi, tale seconda diagonale, qualora venisse tracciata, andrebbe a tagliare la prima diagonale AB nel suo punto medio che è O;

quindi, effettivamente, si può esser certi che O appartiene alla retta PQ (c.v.d.),

e in più si può dire che la congiungente PQ "passa sopra" sia al segmento OP che al segmento OQ,

i quali allora effettivamente giacciono uno sul prolungamento dell'altro e costituiscono, nel loro insieme, la seconda diagonale.