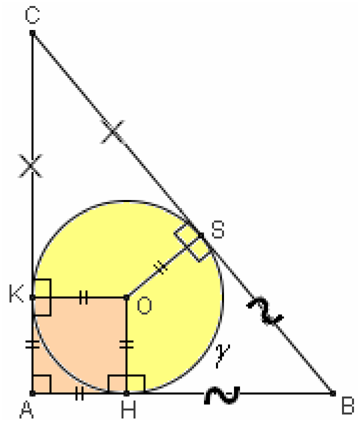
31) In un triangolo rettangolo, la somma dei cateti supera l'ipotenusa di un segmento uguale al diametro della circonferenza inscritta nel triangolo.



HP

$B\widehat{A}C = 90°$

γ circonferenza inscritta in ABC

TH

$AB + AC = BC + \text{diametro}$

DIM.

Il quadrilatero AKOH è un quadrato; infatti ha

- gli angoli retti
  $\widehat{A} = 90°$ per ipotesi,
  $A\widehat{H}O = A\widehat{K}O = 90°$ perché angoli formati da una tangente col raggio che va al punto di contatto,
  $H\widehat{O}K = 90°$ per differenza rispetto a 360°
- e due lati consecutivi uguali
  ($OK = OH$ perché raggi di una stessa circonferenza).

Dunque è $AH = AK = OK = OH = \text{raggio} = r$

Inoltre, per il teorema sui segmenti di tangente da un punto esterno, si ha

$BH = BS; \quad CK = CS$

La seguente catena dimostra la tesi:

$$\begin{aligned} AB + AC &= (AH + BH) + (AK + CK) = \\ &= r + BS + r + CS = \\ &= (BS + CS) + 2r = \\ &= BC + \text{diametro} \end{aligned}$$

c.v.d.