CORREZIONE DEGLI ESERCIZI SULLE EQUAZIONI DI 2° GRADO

27)

$$(x+7)(x-7)+3(x+13)=0$$
$$x^2-49+3x+39=0$$
$$x^2+3x-10=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-3\pm7}{2}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-\cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}=\boxed{-5} \\ \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}}=\boxed{2} \end{array}\right.$$

oppure:

$$x^2+3x-10=0$$
$$(x+5)(x-2)=0$$
$$x+5=0 \ \vee \ x-2=0$$
$$x=-5 \ \vee \ x=2$$

28)

$$2(x+2)=x(5x+1)$$
$$2x+4=5x^2+x$$
$$-5x^2+2x-x+4=0$$
$$-5x^2+x+4=0 \quad \textit{Coeff. di } x^2 \textit{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$
$$5x^2-x-4=0$$
$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+80}}{10}=\frac{1\pm\sqrt{81}}{10}=\frac{1\pm9}{10}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-\cancel{8}^{4}}{\cancel{10}_{5}}=\boxed{-\frac{4}{5}} \\ \frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{10}_{1}}=\boxed{1} \end{array}\right.$$

oppure:

$$5x^2-x-4=0$$
$$5x^2-5x+4x-4=0$$
$$5x(x-1)+4(x-1)=0$$
$$(x-1)(5x+4)=0$$
$$x-1=0 \ \vee \ 5x+4=0$$
$$x=1 \ \vee \ x=-\frac{4}{5}$$

30)

$$2x(x+3)=(3x+1)(3x-1)$$
$$2x^2+6x=9x^2-1$$
$$-7x^2+6x+1=0 \quad \textit{Coeff. di } x^2 \textit{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$
$$7x^2-6x-1=0$$
$$x_{1,2}\underset{\substack{formula\\ridotta}}{=}\frac{3\pm\sqrt{9+7}}{7}=\frac{3\pm\sqrt{16}}{7}=\frac{3\pm4}{7}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-1}{7}=\boxed{-\frac{1}{7}} \\ \frac{7}{7}=\boxed{1} \end{array}\right.$$

32)

$$(x+9)^2-\left[(x+1)^2+(x+8)^2\right]=0$$
$$x^2+18x+81-\left(x^2+2x+1+x^2+16x+64\right)=0$$
$$\cancel{x^2}\cancel{+18x}+81-\cancel{x^2}\cancel{-2x}-1-x^2\cancel{-16x}-64=0$$
$$-x^2+16=0$$
$$x^2-16=0$$
$$x^2=16$$
$$\boxed{x=\pm4}$$

33)

$$(2x+1)^2+8=(4x-3)^2$$
$$4x^2+4x\cancel{+1}\cancel{+8}=16x^2-24x\cancel{+9}$$
$$4x^2-16x^2+4x+24x=0$$
$$-12x^2+28x=0$$
$$\cancel{12}^{3}x^2-\cancel{28}^{7}x=0$$
$$x(3x-7)=0$$
$$x=0 \ \vee \ 3x-7=0$$
$$\boxed{x=0 \ \vee \ x=7/3}$$

34)

$$3x(3x-8)=-16 \qquad 9x^2-24x=-16 \qquad 9x^2-24x+16=0$$

$$x_{1,2} \underset{\substack{formula\\ ridotta}}{=} \frac{12\pm\sqrt{144-144}}{9}=\frac{12\pm\sqrt{0}}{9}=\frac{12\pm 0}{9}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}^{3}}=\boxed{\dfrac{4}{3}} \\ \boxed{\dfrac{4}{3}} \end{array}\right.$$

$$\textit{o semplicemente } x_{1,2} \underset{\substack{formula\\ ridotta}}{=} \frac{12\pm\sqrt{144-144}}{9}=\frac{12\pm\sqrt{0}}{9}=\frac{12\pm 0}{9}=\frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}^{3}}=\boxed{\frac{4}{3}}$$

oppure:

$$9x^2-24x+16=0$$
$$(3x-4)^2=0$$
$$3x-4=0$$
$$x=\frac{4}{3}$$

35)

$$(x+3)^2=(x+2)^2+(x+4)^2$$
$$\cancel{x^2}+6x+9=\cancel{x^2}+4x+4+x^2+8x+16$$
$$-x^2-6x-11=0$$
$$x^2+6x+11=0$$
$$x_{1,2}=-3\pm\sqrt{9-11} \quad \boxed{impossibile} \; (\Delta<0)$$

37)

$$\frac{1}{4}x^2-\frac{11}{24}x+\frac{1}{6}=0$$
$$\frac{6x^2-11x+4}{\cancel{24}}=\frac{0}{\cancel{24}}$$ (*potevo sbarazzarmi dei denominatori anche moltiplicando direttamente ciascun termine per* 24...)
$$6x^2-11x+4=0$$
$$x_{1,2}=\frac{11\pm\sqrt{121-96}}{12}=\frac{11\pm\sqrt{25}}{12}=$$
$$=\frac{11\pm 5}{12}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{12}^{2}}=\boxed{\dfrac{1}{2}} \\ \dfrac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}^{3}}=\boxed{\dfrac{4}{3}} \end{array}\right.$$

SAREBBE STATO TEORICAMENTE POSSIBILE, MA ASSAI POCO CONVENIENTE, APPLICARE SUBITO LA FORMULA, CON COEFFICIENTI FRAZIONARI :

$$\frac{1}{4}x^2-\frac{11}{24}x+\frac{1}{6}=0$$
$$x_{1,2}=\frac{\dfrac{11}{24}\pm\sqrt{\dfrac{121}{576}-4\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{6}}}{2\cdot\dfrac{1}{4}}=$$
$$=\frac{\dfrac{11}{24}\pm\sqrt{\dfrac{121}{576}-\dfrac{1}{6}}}{\dfrac{1}{2}}=\frac{\dfrac{11}{24}\pm\sqrt{\dfrac{121-96}{576}}}{\dfrac{1}{2}}=\frac{\dfrac{11}{24}\pm\sqrt{\dfrac{25}{576}}}{\dfrac{1}{2}}=\frac{\dfrac{11}{24}\pm\dfrac{5}{24}}{\dfrac{1}{2}}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{\dfrac{\cancel{6}}{\cancel{24}^{4}}}{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{4}\cdot 2=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{\dfrac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{24}^{3}}}{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{2}{3}\cdot 2=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$$

38)

$$\frac{5}{4}x^2-\frac{x(x-5)}{2}=0$$

$$\frac{5x^2-2x(x-5)}{\cancel{4}}=0$$

$$5x^2-2x^2+10x=0$$

$$3x^2+10x=0$$

$$x(3x+10)=0$$

$$\boxed{x=0} \vee 3x+10=0$$

$$\boxed{x=-\frac{10}{3}}$$

Si sarebbe potuto
mandar via il denominatore
anche senza fare
il denominatore comune:
bastava immaginare,
dall'inizio,
di moltiplicare per 4
entrambi i membri…

41)

$$x=\left(\frac{3x-1}{2}\right)^2 \qquad x=\frac{9x^2-6x+1}{4}$$

$$4x=9x^2-6x+1 \;\; (\textit{ottenuta moltiplicando per } 4)$$

$$-9x^2+10x-1=0 \quad \textit{Coeff. di } x^2 \textit{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$9x^2-10x+1=0$$

$$x_{1,2} \underset{\substack{\textit{formula}\\ \textit{ridotta}}}{=} \frac{5\pm\sqrt{25-9}}{9}=\frac{5\pm\sqrt{16}}{9}=\frac{5\pm4}{9}=\left\langle \begin{array}{l}\boxed{\frac{1}{9}}\\ \boxed{1}\end{array}\right.$$

Anche per scomposizione in fattori:

$$9x^2-10x+1=0$$

$$9x^2-9x-x+1=0$$

$$9x(x-1)-(x-1)=0$$

$$(x-1)(9x-1)=0$$

$$x-1=0 \vee 9x-1=0$$

$$x=1 \vee x=1/9$$

42)

$$\frac{1}{8}\left[\frac{(4x-1)(4x+1)}{2}+4x+1\right]=x \qquad \frac{1}{8}\left[\frac{16x^2-1}{2}+4x+1\right]=x$$

$$\frac{1}{8}\cdot\frac{16x^2-1+8x+2}{2}=x \qquad \frac{16x^2+8x+1}{16}=x$$

$$16x^2+8x+1=16x \;\; (\textit{ottenuta moltiplicando i due membri per } 16)$$

$$16x^2-8x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{16}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{16}=\frac{4\pm0}{16}=\left\langle \begin{array}{l}\boxed{1/4}\\ \boxed{1/4}\end{array}\right.$$

$$\textit{o semplicemente } x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{16}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{16}=\frac{1}{4}$$

oppure:

$$16x^2-8x+1=0$$

$$(4x-1)^2=0$$

$$4x-1=0$$

$$x=1/4$$

43)

$$\frac{(x+2)^2-1}{2}=(2x-3)(2x+3)+5$$

$$\frac{x^2+4x+4-1}{2}=4x^2\overbrace{-9+5}^{-4}$$

$$x^2+4x+3=8x^2-8 \;\; (\textit{abbiamo moltiplicato per } 2 \textit{ ambo i membri})$$

$$x^2-8x^2+4x+3+8=0$$

$$-7x^2+4x+11=0 \qquad \textit{Coeff. di } x^2 \textit{ negativo: conviene cambiare i segni!}$$

$$7x^2-4x-11=0$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+77}}{7}=\frac{2\pm\sqrt{81}}{7}=\frac{2\pm9}{7}=\left\langle \begin{array}{l}\boxed{-1}\\ \boxed{\frac{11}{7}}\end{array}\right.$$

45)

$$2\cdot\frac{x^2}{x^2-1}+\frac{x+1}{x-1}=\frac{x}{x+1}$$

$$\frac{2x^2}{(x+1)(x-1)}+\frac{x+1}{x-1}=\frac{x}{x+1}$$

$$\frac{2x^2+(x+1)^2}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=\frac{x(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}} \qquad x\neq\pm 1$$

$$2x^2\cancel{+x^2}+2x+1=\cancel{x^2}-x$$

$$2x^2+3x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{1}}{4}=\frac{-3\pm 1}{4}=\left\langle\begin{array}{l}\frac{-4}{4}=\cancel{-1}\quad \textit{non acc.}\\ \frac{-2}{4}=\boxed{-\frac{1}{2}}\end{array}\right.$$

46)

$$\frac{3x+4}{x^2+1}=4$$

$$\frac{3x+4}{\cancel{x^2+1}}=\frac{4(x^2+1)}{\cancel{x^2+1}} \quad \textit{NOTA}$$

$$3x\cancel{+4}=4x^2\cancel{+4}$$

$$-4x^2+3x=0 \quad 4x^2-3x=0$$

$$x(4x-3)=0 \quad \boxed{x=0 \vee x=3/4}$$

NOTA
La condizione $x^2+1\neq 0$ $(x^2\neq -1)$ è SEMPRE VERIFICATA:
l'espressione x^2+1 non può annullarsi per nessun valore di x.
Quindi questa volta non c'è da porre nessuna condizione, all'atto di spedir via il denominatore.

48)

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6}-\frac{1}{x^2-2x}=\frac{6}{x^2-3x}$$

$$\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}-\frac{1}{x(x-2)}=\frac{6}{x(x-3)}$$

$$\frac{x(x-1)-(x-3)}{\cancel{x(x-2)(x-3)}}=\frac{6(x-2)}{\cancel{x(x-2)(x-3)}} \qquad x\neq 0,\ x\neq 2,\ x\neq 3$$

$$x^2-x-x+3=6x-12$$

$$x^2-8x+15=0$$

$$x_{1,2}=4\pm\sqrt{16-15}=4\pm 1=\left\langle\begin{array}{l}\cancel{3}\quad \textit{non acc.}\\ \boxed{5}\end{array}\right.$$

oppure:

$$x^2-8x+15=0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x-3=0 \vee x-5=0$$

$$\cancel{x=3} \vee x=5$$

non acc.

49)

$$\frac{x+5}{x}-\frac{x+4}{x-5}=-\frac{29}{x^3-5x^2}; \qquad \frac{x+5}{x}-\frac{x+4}{x-5}=-\frac{29}{x^2(x-5)}$$

$$\frac{x(x-5)(x+5)-x^2(x+4)}{\cancel{x^2(x-5)}}=-\frac{29}{\cancel{x^2(x-5)}} \qquad x^2\neq 0 \ \textit{cioè}\ x\neq 0; \quad x\neq 5$$

$$x(x^2-25)-x^3-4x^2=-29; \quad \cancel{x^3}-25x\cancel{-x^3}-4x^2=-29; \quad -4x^2-25x+29=0$$

$$4x^2+25x-29=0; \quad 4x^2+29x-4x-29=0; \quad x(4x+29)-(4x+29)=0;$$

$$(4x+29)(x-1)=0 \qquad \boxed{x=-\frac{29}{4}} \vee \boxed{x=1}$$

51)

$$\frac{\frac{x}{x-1}}{x}+x=1$$

$$x\cdot\frac{x}{x-1}+x=1 \quad x\neq 0 \quad (NOTA)$$

$$\frac{x^2+x(x-1)}{\cancel{x-1}}=\frac{x-1}{\cancel{x-1}} \quad x\neq 1$$

$$x^2+x^2-x=x-1$$

$$2x^2-2x+1=0 \quad \boxed{impossibile} \quad (\Delta<0)$$

NOTA
Qui occorre porre la condizione $x\neq 0$
Perché x, che inizialmente si trovava a denominatore, per effetto del capovolgimento è andata a finire a numeratore.
Si è in questo modo mandato via un denominatore, ma bisogna tener conto che inizialmente questo c'era.

57)

$$\frac{(x+2)^2}{x}=4$$

$$(x+2)^2=4x \quad x\neq 0 \quad (NOTA)$$

$$x^2\cancel{+4x}+4=\cancel{4x}$$

$$x^2=-4 \quad \boxed{impossibile}$$

NOTA
Ci siamo sbarazzati
Del denominatore x
moltiplicando per x:
va dunque posta
questa condizione,
perché x si trovava
inizialmente
a denominatore.

59)

$$\frac{2x+1}{6x+9}=\frac{2x-3}{4x-2}$$

$$\frac{2x+1}{3(2x+3)}=\frac{2x-3}{2(2x-1)}$$

$$\frac{2(2x-1)(2x+1)}{\cancel{6(2x+3)(2x-1)}}=\frac{3(2x+3)(2x-3)}{\cancel{6(2x+3)(2x-1)}}$$

$$2x+3\neq 0, \quad x\neq -\frac{3}{2}$$

$$2x-1\neq 0, \quad x\neq \frac{1}{2}$$

$$2\left(4x^2-1\right)=3\left(4x^2-9\right)$$

$$8x^2-2=12x^2-27$$

$$-4x^2=-25$$

$$4x^2=25$$

$$x^2=\frac{25}{4}$$

$$x=\boxed{\pm\frac{5}{2}}$$

61)

$$\frac{4\cdot\left(1+\frac{x}{x+1}\right)}{x-2}=\frac{x+2}{2x^2+x-1}; \qquad \frac{4\cdot\frac{x+1+x}{x+1}}{x-2}=\frac{x+2}{2x^2+2x-x-1} \qquad \frac{4(2x+1)}{(x+1)(x-2)}=\frac{x+2}{(x+1)(2x-1)}$$

$$2x(x+1)-(x+1)$$

$$(x+1)(2x-1)$$

$$\frac{4(2x+1)(2x-1)}{\cancel{(x+1)(x-2)(2x-1)}}=\frac{(x+2)(x-2)}{\cancel{(x+1)(x-2)(2x-1)}} \quad \left(x\neq -1, \quad x\neq 2, \quad x\neq \frac{1}{2}\right)$$

$$16x^2\cancel{-4}=x^2\cancel{-4}; \qquad 15x^2=0; \qquad x^2=0; \qquad x_1=x_2=\boxed{0}$$

65)

$$\frac{x}{x-1}=\frac{(2x+1)(2x-1)}{x^2+x-2}-\frac{\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}x+1};\quad \frac{x}{x-1}=\frac{(2x+1)(2x-1)}{(x+2)(x-1)}-\frac{\frac{x}{\cancel{2}}}{\frac{x+2}{\cancel{2}}}$$

$$\frac{x(x+2)}{\cancel{(x+2)(x-1)}}=\frac{4x^2-1-x(x-1)}{\cancel{(x+2)(x-1)}}\quad x\neq-2,\ x\neq1$$

$$x^2+2x=4x^2-1-x^2+x$$

$$-2x^2+x+1=0\qquad 2x^2-x-1=0\qquad x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm3}{4}=\left\langle\begin{array}{l}\boxed{-\frac{1}{2}}\\ \cancel{1}\ \textit{non acc.}\end{array}\right.$$

66)

$$\frac{6}{x^3-3x^2-9x+27}-\frac{x+2}{\underbrace{x^3-5x^2+3x+9}_{Ruffini\ldots}}=0$$

$$\frac{6}{x^2(x-3)-9(x-3)}-\frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2}=0$$

$$\frac{6}{(x-3)\left(x^2-9\right)}-\frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2}=0$$

$$\frac{6}{(x-3)^2(x+3)}-\frac{x+2}{(x+1)(x-3)^2}=0$$

$$\frac{6(x+1)-(x+3)(x+2)}{\cancel{(x-3)^2(x+3)(x+1)}}=0\quad (x\neq\pm3,\ \ x\neq-1)$$

$$6x\cancel{+6}-x^2-2x-3x\cancel{-6}=0$$

$$-x^2+x=0$$

$$x^2-x=0$$

$$x(x-1)=0\qquad x=\boxed{0}\ \ \vee\ \ x=\boxed{1}$$

71)

$$\frac{4}{x^3-1}=\frac{x-1}{\underline{x^3}+2x^2+2x\underline{+1}}$$

$$\frac{4}{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}=\frac{x-1}{(x+1)\left(x^2-x+1\right)+2x(x+1)}$$

$$(x+1)\left(x^2-x+1+2x\right)$$

$$(x+1)\left(x^2+x+1\right)$$

$$\frac{4(x+1)}{\cancel{(x-1)\left(x^2+x+1\right)(x+1)}}=\frac{(x-1)^2}{\cancel{(x-1)\left(x^2+x+1\right)(x+1)}}$$

Condizione: $x\neq\pm1$; x^2+x+1 *non si può annullare* $(\Delta<0)$

$$4x+4=x^2-2x+1$$

$$x^2-6x-3=0$$

$$x_{1,2}=3\pm\sqrt{9+3}=3\pm\sqrt{12}=\boxed{3\pm2\sqrt{3}}$$

72)

$$\frac{1}{x+\frac{2}{x}+3}+2\cdot\frac{\frac{2}{x+2}-1}{x-1}=0$$

$$\frac{1}{\frac{x^2+2+3x}{x}}+2\cdot\frac{\cancel{2}-x\cancel{-2}}{x+2}\cdot\frac{1}{x-1}=0$$

$$\frac{x}{x^2+3x+2}-\frac{2x}{(x+2)(x-1)}=0 \quad (x\neq 0:\ \mathit{NOTA})$$

$$\frac{x}{(x+2)(x+1)}-\frac{2x}{(x+2)(x-1)}=0$$

$$\frac{x(x-1)-2x(x+1)}{\cancel{(x+2)(x+1)(x-1)}}=0 \quad (x\neq -2,\ \ x\neq \pm 1)$$

$$x^2-x-2x^2-2x=0$$

$$-x^2-3x=0 \quad x^2+3x=0 \quad x(x+3)=0$$

$$\cancel{x=0}\ \ \textit{non acc.}\ \vee\ \ x=\boxed{-3}$$

NOTA - La condizione è dovuta al fatto che x era inizialmente a denominatore (si è poi spostata a numeratore per il "capovolgimento")