INVERSIONE DI FORMULE

- **COS'È UNA "FORMULA"?** E' **un'uguaglianza che lega fra loro due o più lettere, indicanti quantità le quali possono essere variabili o costanti**.

  Esempi: $s = vt$ (spazio = velocità $\cdot$ tempo) ; $S = \pi r^2$ (formula per l'area del cerchio)

  Una "formula" può anche essere considerata come una "*equazione*", perché è un'uguaglianza che è verificata *solo per certe combinazioni di valori* delle lettere che in essa compaiono.

- **CAPITA SOVENTE DI AVERE UNA FORMULA E DI VOLERLA "INVERTIRE"**, cioè di voler isolare una delle lettere contenute nella formula stessa.
  Si dice anche "*risolvere rispetto a una lettera*", o "*esprimere una lettera in funzione delle altre*".
  A tale scopo, si possono applicare le tecniche già viste per la risoluzione delle equazioni …
  … ma si possono anche utilizzare degli altri "trucchi" che, spesso,
  ♥ **permettono di realizzare l'inversione della formula in modo molto più rapido e comodo:**
  1) quando la lettera da isolare è a 2° membro, può essere utile "*scambiare fra loro i due membri*" (il che è diverso dal trasportare i termini da un membro all'altro cambiandoli di segno);
  2) *se due numeri non nulli sono uguali, allora lo sono pure i loro reciproci*;
  3) quando si vuole moltiplicare o dividere l'uguaglianza per uno stesso numero (o lettera o espressione), il moltiplicatore o il divisore *non deve per forza coincidere* col denominatore comune o col coefficiente dell'incognita

ESEMPIO $\boxed{a+b=\dfrac{c}{m+k}}$ RISOLVERE RISPETTO A $\boxed{m}$

$$\frac{c}{\boxed{m}+k} = a+b \quad (\textit{tecnica } 1\textbf{: scambio dei due membri}, \textit{ per portare } \boxed{m} \textit{ a } 1° \textit{ membro})$$

$$\frac{\boxed{m}+k}{c} = \frac{1}{a+b} \quad (\textit{tecnica } 2\textbf{: passaggio ai reciproci}, \textit{ per portare } \boxed{m} \textit{ a numeratore})$$

$$\boxed{m}+k = \frac{c}{a+b} \quad (\textit{tecnica } 3\textbf{: moltiplicazione dei due membri per c})$$

$$\boxed{m} = \frac{c}{a+b} - k \quad (\textit{trasporto})$$

ESERCIZI

	FORMULA	Risolvi rispetto a		FORMULA	Risolvi rispetto a
1)	$v = \dfrac{x'-x}{t'-t}$	$x',\ x,\ t',\ t$	5)	$F = \dfrac{Gmm'}{r^2}\ (r>0)$	$m,\ r$
2)	$\dfrac{F_1}{s_1} = \dfrac{F_2}{s_2}$	$F_1,\ F_2,\ s_1,\ s_2$	6)	$K = \dfrac{1}{2}mv^2\ (v \ge 0)$	$m,\ v$
3)	$x' = k(x-vt)$	t	7)	$q = m_1v_1 + m_2v_2$	$m_1,\ v_1$
4)	$\dfrac{ab}{r} = 1+c$	$a,\ b,\ r,\ c$	8)	$\dfrac{a}{x+y} = \dfrac{a'}{x'+y'}$	$x',\ a'$

9) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}$ $d \rightarrow$ *vedi NOTA a destra*

NOTA: QUANDO PASSI AI RECIPROCI, ricorda che "il reciproco di una somma NON è uguale alla somma dei reciproci!!!"

$$\frac{1}{x+y} \ne \frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

RISPOSTE

1) $x' = x + v(t'-t)$ $x = x' - v(t'-t)$ $t' = t + \dfrac{x'-x}{v}$ $t = t' - \dfrac{x'-x}{v}$

2) $F_1 = s_1\dfrac{F_2}{s_2}$ $F_2 = s_2\dfrac{F_1}{s_1}$ $s_1 = F_1\dfrac{s_2}{F_2}$ $s_2 = F_2\dfrac{s_1}{F_1}$ 3) $t = \dfrac{1}{v}\left(x - \dfrac{x'}{k}\right)$

4) $a = \dfrac{r}{b}(1+c)$ $b = \dfrac{r}{a}(1+c)$ $r = \dfrac{ab}{1+c}$ $c = \dfrac{ab}{r} - 1$ 5) $m = \dfrac{Fr^2}{Gm'}$ $r = \sqrt{\dfrac{Gmm'}{F}}$

6) $m = \dfrac{2K}{v^2}$ $v = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ 7) $m_1 = \dfrac{q-m_2v_2}{v_1}$ $v_1 = \dfrac{q-m_2v_2}{m_1}$

8) $x' = \dfrac{a'(x+y)}{a} - y'$ $a' = \dfrac{a(x'+y')}{x+y}$ 9) $d = \dfrac{1}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}}$

♥ **INDICI E APICI**

Si usano per poter utilizzare una stessa lettera più volte, per indicare oggetti o quantità distinte, della stessa natura. Ad esempio due velocità potrebbero essere indicate con:

$v_1,\ v_2$ (leggi: v uno, v due: "indici", in basso a destra); o $v',\ v''$ (v primo, v secondo: "apici", in alto a destra).

L'indice, o l'apice, è come se fosse "fuso con la propria lettera", a formare un nuovo simbolo, unico e indivisibile.

ALTRI ESERCIZI

10) *Considera le formule seguenti, e risolvi ciascuna rispetto a una delle sue lettere.*
Per verificare la correttezza della formula inversa ottenuta, puoi risostituirne il 2° membro al posto della lettera nella formula di partenza per vedere se l'uguaglianza così ottenuta è esatta.

a) $f = \frac{1}{T}$ (relazione fra periodo e frequenza)

b) $F = ma$ (2° principio della dinamica)

c) $v = \frac{s}{t}$ (definizione di velocità nel moto uniforme)

d) $F = -kx$ (forza elastica)

e) $v = v_0 + at$ (velocità in un moto uniformemente accelerato)

f) $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$ (principio dei vasi comunicanti; "ρ" si legge "rho")

g) $F_m \cdot m = F_r \cdot r$ (legge della leva)

h) $s = s_0 + v(t - t_0)$ (legge del moto rettilineo uniforme)

i) $a = \frac{h}{\ell} g$ (accelerazione su di un piano inclinato)

l) $pV = \frac{2}{3} U$ (equazione di Joule-Clausius)

m) $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ (rendimento massimo di una macchina termica; "η" si legge "éta")

n) $F = \frac{9}{5} C + 32$ (formula che lega la temperatura Celsius alla Fahrenheit)

o) $x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ (ascissa del centro di massa di un sistema di due punti materiali)

p) $F = m \frac{v^2}{r}$ (forza centripeta in un moto circolare uniforme; $v > 0$)

q) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ (due resistenze in parallelo)

r) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{2}{r}$ (legge dei punti coniugati per uno specchio convesso)

11) (*risposte in fondo alla pagina; le quantità in gioco sono tutte positive*)

a) Risolvi rispetto a T: $\frac{a^3}{T^2} = K$ (Terza legge di Keplero)

b) Risolvi rispetto a g: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (periodo di un pendolo)

c) Risolvi rispetto a c: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ (fattore di Lorenz)

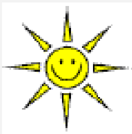
Dal sito www.regentsprep.org

12) Shoe sizes and foot length are related by the formula

$$S = 3F - 24,$$

where S represents the shoe size and F represents the length of the foot, in inches.
Solve the formula for F.

Solution:	**Steps:**
$S = 3F - 24$	add 24 to both sides
$S + 24 = 3F$	divide both sides by 3
$\frac{S+24}{3} = \frac{3F}{3}$	simplify
$\frac{S+24}{3} = F$	Done.



13) Sam says that the following equations are two ways to write the SAME formula. Decide whether or not you agree with Sam. Explain how you made your decision.

$$s = \frac{n}{n+1}$$

$$\frac{s}{s-1} = n$$

RISPOSTE all'esercizio 11

11a) $\frac{a^3}{T^2} = K; \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{K}; \quad T^2 = \frac{a^3}{K}; \quad T = \sqrt{\frac{a^3}{K}}$

11b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}; \quad 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = T; \quad \sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{T}{2\pi}; \quad \frac{\ell}{g} = \frac{T^2}{4\pi^2}; \quad \frac{g}{\ell} = \frac{4\pi^2}{T^2}; \quad g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}$

11c) $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}; \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2}; \quad \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}; \quad \frac{c^2}{v^2} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma^2}}; \quad c^2 = \frac{v^2}{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \frac{v^2}{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = \frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2 - 1}; \quad c = \sqrt{\frac{v^2\gamma^2}{\gamma^2 - 1}} = \frac{v\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}$