CENNI SULL'OPERAZIONE DI RADICE

CHE COS'E' L'OPERAZIONE DI "RADICE"

Si dice "radice quadrata" (cubica, quarta, quinta, ...) di un numero reale $a \ge 0$, quel numero reale $b \ge 0$ che elevato al quadrato (al cubo, alla quarta, alla quinta, ...) dà come risultato a.

DEFINIZIONE: $\sqrt[n]{a} = b \;\text{ se e solo se }\; b^n = a \qquad (a, b \ge 0)$

Quindi l'operazione di estrazione di radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.

Esempi: $\sqrt[4]{81} = 3$ perché $3^4 = 81$; $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$ perché $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$; $\sqrt[2]{0{,}09} = 0{,}3$ perché $(0{,}3)^2 = 0{,}09$

Un simbolo del tipo $\sqrt[n]{a}$ viene chiamato "**radicale**".
Vale a dire, "radice" è il *risultato*,
"radicale" è il *simbolo* dell'operazione di estrazione di radice.
Il numero **n** viene detto "**indice**". Il numero **a** viene detto "**radicando**".

INDICE ↖ $\sqrt[n]{a}$ ↘ RADICANDO

RADICALE

L'indice n è un numero naturale, maggiore o uguale a 1.

Se l'indice vale 1, la radice è uguale al radicando: $\boxed{\sqrt[1]{a} = a}$

L'indice 2 viene di norma sottinteso. Ossia, anziché scrivere $\sqrt[2]{a}$ si usa scrivere $\sqrt{a}$: $\boxed{\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}}$

L'abbreviazione è conveniente, dato che la radice quadrata è di gran lunga la più utilizzata.

Ancora qualche esempio:

$\sqrt[3]{1000} = 10$ perché $10^3 = 1000$; $\sqrt{25} = 5$ perché $5^2 = 25$;

$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ perché $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$; $\sqrt[4]{0{,}0016} = 0{,}2$ perché $(0{,}2)^4 = 0{,}0016$

La separazione della parte intera da quella decimale si può effettuare con la **virgola** oppure col **punto** (all'anglosassone).

- Se il radicando è >1 il valore della radice è *minore* del radicando stesso;
- ma se il radicando è <1 (compreso fra 0 e 1) il valore della radice è *maggiore* del radicando stesso.

DUE IDENTITA' VERAMENTE FONDAMENTALI

$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a}$ $\quad \left(\sqrt[\cancel{n}]{a}\right)^{\cancel{n}} = a$

Indice ed esponente sono uguali: la radice e la potenza, operazioni inverse l'una dell'altra, si "compensano", quindi si possono semplificare

$\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a}$ $\quad \sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a$

Anche qui, potenza e radice, operazioni inverse fra loro, si "compensano", da cui la semplificazione

ANTICIPAZIONI

I radicali saranno oggetto di uno studio più approfondito sul Volume 2.
Qui ci limitiamo solo ad anticipare qualcosa sulle **RADICI QUADRATE**.

Per **moltiplicare** fra loro due radici quadrate basta moltiplicarne i radicandi: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$; $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{100}$

E viceversa, si può scrivere, ad esempio, $\sqrt{49 \cdot 16} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{16} = 7 \cdot 4 = 28$.

♥ Invece sarebbe GRAVE ERRORE scrivere $\cancel{\sqrt{4} + \sqrt{25} = \sqrt{4+25}}$ oppure $\cancel{\sqrt{49+16} = \sqrt{49} + \sqrt{16}}$!!!

LA RADICE QUADRATA DI UN NUMERO NEGATIVO NON ESISTE: $\sqrt{-49} = \mathit{impossibile}$
(NOTA: questa affermazione verrà ridiscussa quando nel Volume 2 introdurremo i cosiddetti "numeri complessi")

IL RISULTATO DI UNA RADICE QUADRATA È SEMPRE NON NEGATIVO (≥ 0), E UNICO:
anche se esistono *due* numeri il cui quadrato dà 9 (il +3 e il –3), la scrittura $\sqrt{9}$ indica *solo* il +3.

♥ IMPORTANTE: $\sqrt{9} = 3$ e NON $\cancel{\sqrt{9} = \pm 3}$;
tant'è vero che quando si risolve un'equazione come ad esempio la $x^2 = 25$,
le cui soluzioni sono evidentemente i due numeri +5 e –5,
NON SAREBBE CORRETTO esprimere tali soluzioni con la scrittura $x = \sqrt{25}$,
perché in tal modo la soluzione negativa andrebbe persa;
è invece giusto scrivere che $x^2 = 25 \leftrightarrow x = \pm\sqrt{25}$.