RISOLUZIONI DEGLI ESERCIZI
SUI SISTEMI DI 1° GRADO IMPOSSIBILI E INDETERMINATI

Per ciascuno dei seguenti sistemi,
stabilisci se è determinato, impossibile, o indeterminato.
In caso di indeterminazione, stabilisci anche quali sono le soluzioni.

1)
$$\begin{cases} x+y=12 \\ 2x+2y=46 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\neq\frac{12}{46}}$$

I coefficienti delle incognite sono proporzionali fra loro ma NON coi termini noti,
e il sistema è dunque IMPOSSIBILE (si dice anche: INCOMPATIBILE).
In pratica, il 1° membro della 2ª equazione è il doppio del 1° membro della 1ª equazione: $2x+2y=2(x+y)$,
MA il termine noto della 2ª equazione NON è il doppio del termine noto della 1ª equazione: $46\neq 2\cdot 12$,
perciò le due equazioni sono INCOMPATIBILI, non possono essere verificate da una stessa coppia (x, y):
se una data coppia (x, y) verifica la 1ª equazione, allora non potrà verificare anche la 2ª, e viceversa.
Osserviamo che se si calcolasse il determinante D dei coefficienti delle incognite, lo si troverebbe uguale a 0:
in effetti, TUTTI i sistemi lineari con tante equazioni quante incognite impossibili o indeterminati hanno D = 0.

2)
$$\begin{cases} 3x+3y=21 \\ x+y=7 \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{3}{1}=\frac{3}{1}=\frac{21}{7}}$$

I coefficienti delle incognite sono proporzionali fra loro
E ANCHE coi termini noti, e il sistema è INDETERMINATO.
In pratica, il 1° membro della 1ª equazione
è il triplo del 1° membro della 2ª equazione: $3x+3y=3(x+y)$,
e il termine noto della 1ª equazione
è ANCH'ESSO il triplo del termine noto della 2ª equazione: $21=3\cdot 7$,
perciò le due equazioni sono sostanzialmente la ripetizione l'una dell'altra
(semplificando per 3 la 1ª si otterrebbe la 2ª,
moltiplicando per 3 la 2ª si otterrebbe la 1ª).
E' come se si avesse 1 SOLA EQUAZIONE,
e 1 sola equazione NON BASTA A DETERMINARE 2 INCOGNITE IN MODO UNICO,
in quanto ne vincola, sì, i valori, ma lasciando aperte infinite possibilità.
Insomma, sono soluzioni del sistema tutte le infinite coppie (x, y) tali che $x+y=7$:
ad esempio la coppia $(0,7)$, la $(1,6)$, la $(2,5)$, la $(-1,8)$, la $(0{,}5;\ 6{,}5)$, la $(10,-3)$ ...
ossia tutte le infinite coppie (x, y) tali che
$$\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=7-x \end{cases}$$
oppure, il che è lo stesso, tali che
$$\begin{cases} x=7-y \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

Osserviamo che se si calcolasse il determinante D dei coefficienti delle incognite,
lo si troverebbe uguale a 0:
in effetti, TUTTI i sistemi lineari
con tante equazioni quante incognite
impossibili o indeterminati hanno D = 0.

3)
$\begin{cases}4x-8y=12\\10x-20y=30\end{cases}$ $\boxed{\dfrac{4}{10}=\dfrac{-8}{-20}=\dfrac{12}{30}}$ $\left(\text{tutti e tre i rapporti valgono }\dfrac{2}{5}\right)$

I coefficienti delle incognite sono proporzionali fra loro E ANCHE coi termini noti, e il sistema è INDETERMINATO.
E' come se si avesse 1 SOLA EQUAZIONE
(lo puoi vedere anche semplificando le due equazioni per 4 e per 10 rispettivamente:
otterrai, nei due casi, la medesima equazione $x-2y=3$)
e 1 sola equazione NON BASTA A DETERMINARE 2 INCOGNITE IN MODO UNICO,
in quanto ne vincola, sì, i valori, ma lasciando aperte infinite possibilità.
Teniamo dunque una sola equazione a piacere, ad es. la $4x-8y=12$
che potrà essere semplificata in $x-2y=3$: essa ci dice che
sono soluzioni del sistema tutte le infinite coppie $(x,\ y)$ per cui $x-2y=3$
ossia tutte le infnite coppie $(x,\ y)$ tali che $\begin{cases}x=2y+3\\y\text{ qualsiasi}\end{cases}$ (isolando x)
oppure, il che è lo stesso, tali che $\begin{cases}x\text{ qualsiasi}\\y=\dfrac{x-3}{2}\end{cases}$ (isolando y).
Prova a considerare il sistema $\begin{cases}x=2y+3\\y\text{ qualsiasi}\end{cases}$
e a dare dei valori a y, calcolando poi i corrispondenti valori di x,
e successivamente il sistema $\begin{cases}x\text{ qualsiasi}\\y=\dfrac{x-3}{2}\end{cases}$
dando dei valori a x, e calcolando i corrispondenti valori di y:
constaterai che nei due casi l'insieme delle infinite coppie (x,y) che si ottiene è esattamente il medesimo.

Osserviamo che se si calcolasse il determinante D dei coefficienti delle incognite, lo si troverebbe uguale a 0: in effetti, TUTTI i sistemi lineari con tante equazioni quante incognite impossibili o indeterminati hanno D = 0.

4)
$\begin{cases}2(x+y)=y+2x+3\\x-3y=y-(12-x)\end{cases}$

Facciamo i calcoli: $\begin{cases}\cancel{2x}+2y=y\cancel{+2x}+3\\\cancel{x}-3y=y-12\cancel{+x}\end{cases}$ $\begin{cases}y=3\\-4y=-12;\quad y=3\end{cases}$
x è dunque scomparsa ed entrambe le equazioni ci dicono che y deve valere 3:
perciò x può essere qualsiasi mentre y deve valere 3,
e sono soluzioni del sistema tutte e sole le coppie $(x,3)$ con x arbitrario.
Questa conclusione è ancora più evidente se si osserva
che, rinunciando a mandar via le coppie di termini uguali a primo e a secondo membro,
il nostro sistema potrebbe essere scritto sotto la forma
$\begin{cases}2x-2x+2y-y=3\\x-x-3y-y=-12\end{cases}$ ossia $\begin{cases}0\cdot x+y=3\\0\cdot x-4y=-12\end{cases}$ e infine $\begin{cases}0\cdot x+y=3\\0\cdot x+y=3\end{cases}$;
da qui si vede molto bene che l'insieme delle soluzioni è appunto l'insieme delle infinite coppie (x,y) con $\begin{cases}x\text{ qualsiasi}\\y=3\end{cases}$

Osserviamo che in questo sistema non ha senso considerare i rapporti fra i coeff. delle incognite, in quanto il rapporto fra i coefficienti della x ci darebbe l'operazione non eseguibile 0/0; tuttavia, se si calcolasse il determinante D dei coefficienti delle incognite, lo si troverebbe uguale a 0, il che conferma ciò che abbiamo più volte sottolineato: la caratteristica di TUTTI i sistemi lineari con tante equazioni quante incognite impossibili o indeterminati è di avere D = 0.

5)
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Qui se calcoliamo il determinante dei coefficienti delle incognite troveremo

$$\text{D} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 + 1 = -3 \neq 0$$

quindi il sistema è "normale", o meglio "DETERMINATO"
(l'aggettivo "determinato", "determinata" si utilizza per quei sistemi o quelle equazioni
che hanno un numero finito e >0 di soluzioni;
nel caso dei sistemi o delle equazioni di 1° grado, questo significa poi avere una e una sola soluzione).
D'altronde, i coeff. delle incognite NON erano proporzionali.

Si risolve con un metodo qualsiasi e si trova l'unica soluzione $\begin{cases} x = 1/3 \\ y = -1/3 \end{cases}$

A PROPOSITO, ricorda che per "soluzione" di un sistema si intende
una COPPIA (ordinata) di valori, se il sistema ha 2 incognite;
una TERNA (ordinata) di valori, se il sistema ha 3 incognite;
ecc.
Non devi dunque pensare che qui si abbiano 2 soluzioni
perché hai trovato un valore per x e un valore per y:
$\boxed{\textbf{UNA}}$ **SOLUZIONE, perchè hai trovato UNA COPPIA (x, y).**

6)
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = 1 \\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{20}y = \frac{1}{4} \end{cases} \qquad \boxed{\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{1}{5} : \frac{1}{20} = 1 : \frac{1}{4}} \; \text{(tutti e tre i rapporti valgono 4)}$$

quindi i coefficienti delle incognite sonio proporzionali fra loro e coi termini noti,
e il sistema è INDETERMINATO.

Si può tenere una sola equazione fra le due, ad esempio la $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y = 1$,
liberarla dai denominatori ottenendo $10x + 3y = 15$,
e concludere che le soluzioni del sistema sono tutte le infinite coppie (x, y) per cui $10x + 3y = 15$

ossia tutte le infinite coppie (x, y) tali che $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = \frac{15 - 10x}{3} \end{cases}$ (isolando y)

oppure, il che è lo stesso, tali che $\begin{cases} y \text{ qualsiasi} \\ x = \frac{15 - 3y}{10} \end{cases}$ (isolando x)

Anche, moltiplicando la 1^{a} equazione per 15 e la 2^{a} per 60: $\begin{cases} 10x + 3y = 15 \\ 10x + 3y = 15 \end{cases}$

Le due equazioni coincidono, quindi si riducono a 1 SOLA EQUAZIONE
Sono soluzioni del sistema tutte le infinite coppie (x, y) per cui $10x + 3y = 15$

ossia tutte le infnite coppie (x, y) tali che $\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y = \frac{15 - 10x}{3} \end{cases}$ (isolando y)

oppure, il che è lo stesso, tali che $\begin{cases} y \text{ qualsiasi} \\ x = \frac{15 - 3y}{10} \end{cases}$ (isolando x)

7)

$\begin{cases} x+y=2-(x-y) \\ x-y=6-(x+y) \end{cases}$ $\begin{cases} x\cancel{+y}=2-x\cancel{+y} \\ x\cancel{-y}=6-x\cancel{-y} \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=2 \\ 2x=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$

Il sistema è IMPOSSIBILE:
la graffa di sistema equivale al conettivo logico ET (E, E CONTEMPORANEAMENTE)...
ora, x non può essere uguale simultaneamente a 1 e a 3.

Possiamo convincerci ancor meglio della correttezza di questa conclusione se procediamo nel modo seguente:

$\begin{cases} x+y=2-(x-y) \\ x-y=6-(x+y) \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=2-x+y \\ x-y=6-x-y \end{cases}$ $\begin{cases} x+x+y-y=2 \\ x+x-y+y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+0\cdot y=2 \\ 2x+0\cdot y=6 \end{cases}$

La 1^a equazione è verificata da tutte le coppie $(1,\ y)$ con y qualsiasi,
La 2^a equazione è verificata da tutte le coppie $(3,\ y)$ con y qualsiasi.
Esiste una coppia $(x,\ y)$ che verifichi contemporaneamente entrambe le equazioni?
NO. Il sistema è dunque IMPOSSIBILE.

8)

$\begin{cases} x+y=2-(x-y) \\ 2(x+y)=x+2y+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x\cancel{+y}=2-x\cancel{+y} \\ 2x\cancel{+2y}=x\cancel{+2y}+1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=2 \\ x=1 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ x=1 \end{cases}$

y è dunque scomparsa ed entrambe le equazioni ci dicono che x deve valere 1:
perciò sono soluzioni del sistema tutte e sole le coppie $(1, y)$ con y arbitrario.

Questa conclusione è ancora più evidente se si osserva
che, volendo, il nostro sistema potrebbe essere scritto sotto la forma

$\begin{cases} x+y=2-(x-y) \\ 2(x+y)=x+2y+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=2-x+y \\ 2x+2y=x+2y+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x+x+y-y=2 \\ 2x-x+2y-2y=1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+0\cdot y=2 \\ x+0\cdot y=1 \end{cases}$

La 1^a equazione è verificata da tutte le coppie $(1,\ y)$ con y qualsiasi,
la 2^a equazione ... pure.
Quindi le soluzioni del sistema sono tutte e sole le coppie (x, y) tali che

$\begin{cases} x=1 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

9)

$$\begin{cases} x+3y=3(y-x) \\ 2x-y=-(y-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cancel{+3y} = \cancel{3y} -3x \\ 2x\cancel{-y} = \cancel{-y} +x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x=0;\ x=0 \\ x=0 \end{cases}$$

y è dunque scomparsa ed entrambe le equazioni ci dicono che x deve valere 0:
perciò sono soluzioni del sistema tutte e sole le coppie $(0, y)$ con y arbitrario.

Questa conclusione è ancora più evidente se si osserva
che, volendo, il nostro sistema potrebbe essere scritto sotto la forma

$$\begin{cases} x+3y=3(y-x) \\ 2x-y=-(y-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=3y-3x \\ 2x-y=-y+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3x+3y-3y=0 \\ 2x-x-y+y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+0\cdot y=0 \\ x+0\cdot y=0 \end{cases}$$

La 1^a equazione è verificata da tutte le coppie $(0, y)$ con y qualsiasi,
la 2^a equazione ... pure.
Quindi le soluzioni del sistema sono tutte e sole le coppie (x, y) tali che

$$\begin{cases} x=0 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

10)

$$\begin{cases} 3x+4y=0 \\ 5x-6y=0 \end{cases}$$

Il determinante D dei coefficienti delle incognite è diverso da 0 $(\mathrm{D}=-38)$:
perciò il sistema è determinato.
Risolvendo, si trova che la sua unica soluzione è la coppia

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

11)

$$\begin{cases} x+y+2z=4 \\ 2x+y+z=1 \\ 3x+2y+3z=5 \end{cases}$$

Calcoliamo il determinante dei coefficienti delle incognite:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} + 2\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot(3-2)-1\cdot(6-3)+2\cdot(4-3)=1-3+2=0$$

D = 0: dunque il sistema non è determinato, sarà impossibile o indeterminato. Vediamo.

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ 2(4-y-2z)+y+z=1 \\ 3(4-y-2z)+2y+3z=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ 8-2y-4z+y+z=1 \\ 12-3y-6z+2y+3z=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ -y-3z=-7 \\ -y-3z=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ y+3z=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=7-3z \\ x=4-7+3z-2z=z-3 \end{cases}$$

e dunque

$$\begin{cases} x=z-3 \\ y=7-3z \quad \text{SISTEMA INDETERMINATO: INFINITE SOLUZIONI} \\ z \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

Avremmo anche potuto osservare fin da subito
che LA TERZA EQUAZIONE E' LA SOMMA DELLE PRIME DUE,
quindi è una CONSEGUENZA delle prime due e non ci dice niente di più rispetto a queste...
la terza equazione può perciò scomparire e il sistema si riduce alle sole

$$\begin{cases} x+y+2z=4 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ 2(4-y-2z)+y+z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4-y-2z \\ 8-2y-4z+y+z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4-y-2z \\ -y-3z=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4-y-2z \\ y+3z=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=7-3z \\ x=4-7+3z-2z=z-3 \end{cases}$$

e dunque

$$\begin{cases} x=z-3 \\ y=7-3z \quad \text{SISTEMA INDETERMINATO} \\ z \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

12)

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=1 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

Calcoliamo il determinante dei coefficienti delle incognite:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 1\cdot\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1\cdot(0+2)-1\cdot(0-1)+1\cdot(-4+1) = 2+1-3=0$$

D = 0: perciò il sistema non è determinato, sarà impossibile o indeterminato. Vediamo.

$$\begin{cases} x=2y \\ 2y+y+z=3 \\ 4y-y+z=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2y \\ 3y+z=3 \\ 3y+z=1 \end{cases}$$

e quindi le ultime due equazioni sono incompatibili, non possono essere verificate da una stessa coppia (x, y):
il sistema è IMPOSSIBILE.

D'altronde, proseguendo con sostituzione

$$\begin{cases} x=2y \\ z=3-3y \\ \cancel{3y}+3\cancel{-3y}=1 \end{cases}$$

si otterrebbe una EQUAZIONE RISOLVENTE IMPOSSIBILE.

A proposito:
a) equazione risolvente (=con una sola incognita) impossibile $\to$ sistema certamente impossibile
b) equazione risolvente (=con una sola incognita) indeterminata $\to$
$\to$ sistema che di norma è indeterminato, ma non è certo:
in casi eccezionali, che non si incontrano pressoché mai negli esercizi scolastici,
la conclusione potrebbe pure essere un'altra.

Avremmo potuto renderci conto più rapidamente dell'impossibilità
se avessimo sottratto, nel sistema iniziale, la prima equazione dalla seconda.

$$\begin{array}{rl} (2) & 2x-y+z=1 \\ (1) & \underline{x+y+z=3} \\ (2)-(1) & x-2y=-2 \end{array}$$

L'equazione così ottenuta è in contraddizione con la
(3) $x-2y=0$
da cui l'impossibilità.

13)

$$\begin{cases} x+6y=8 \\ 2y=1 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (1) \end{matrix} \begin{cases} y=1/2 \\ x+6\cdot\dfrac{1}{2}=8;\ x+3=8;\ x=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=5 \\ y=1/2 \end{cases}$$

Il sistema ha dunque una e una sola soluzione;

d'altronde il determinante dei coefficienti delle incognite è diverso da 0: $D = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2-0=2 \neq 0$

14)

$$\begin{cases} 2(2x+y)=3y-(y-4x) \\ x+y=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{4x}+\cancel{2y}=\cancel{3y}-\cancel{y}+\cancel{4x} \\ x+y=9 \end{cases}$$ indeterminata: verificata da qualsiasi valore della coppia (x, y)

La prima equazione non pone alcun vincolo alla coppia (x, y) ed è perciò ininfluente, si può tralasciare; resta solo la seconda equazione, che impone alla coppia (x, y) di soddisfare il vincolo $x+y=9$.

Le soluzioni del sistema sono allora tutte e sole le coppie (x, y) tali che $x+y=9$, ossia tali che

$$\begin{cases} x \text{ qualsiasi} \\ y=9-x \end{cases}$$

oppure, il che è lo stesso, tali che

$$\begin{cases} x=9-y \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

15)

$$\begin{cases} 3(x+y+2)=3x+8+3y \\ 4x-y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{3x}+\cancel{3y}+6=\cancel{3x}+8+\cancel{3y} \\ 4x-y=2 \end{cases}$$ impossibile

La prima equazione è impossibile, cioè non è verificata da nessuna coppia (x, y):
quindi, a maggior ragione, non può esistere nessuna coppia (x, y) che
verifichi contemporaneamente entrambe le equazioni.
Il sistema è dunque IMPOSSIBILE.

16)

$$\begin{cases} 2(x-y)-1=x+y-(3y-x+1) \\ 2(x+y)=x+3y+1-(y-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{2x}-\cancel{2y}-\cancel{1}=\cancel{x}+\cancel{y}-\cancel{3y}+\cancel{x}-\cancel{1} & \text{indeterminata} \\ \cancel{2x}+\cancel{2y}=\cancel{x}+\cancel{3y}+1-\cancel{y}+\cancel{x} & \text{impossibile} \end{cases}$$

E' vero che la prima equazione è indeterminata, verificata da qualsiasi coppia (x, y);
tuttavia, la seconda equazione è impossibile, cioè non è verificata da nessuna coppia (x, y):
quindi, a maggior ragione, non può esistere nessuna coppia (x, y) che
verifichi contemporaneamente entrambe le equazioni.
Questo sistema è dunque IMPOSSIBILE.

Negli esercizi che seguono,
è richiesto di determinare il valore del parametro
in modo che il sistema non sia determinato,
e di stabilire se, per quel valore, si ha impossibilità o indeterminazione.

17)
$$\begin{cases} 6x + ay = 10 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & a \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -24 - 3a$$

$D = 0$ se e solo se $-24 - 3a = 0$; $\boxed{a = -8}$

In questo caso, il sistema diventa
$$\begin{cases} 6x - 8y = 10 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$$

INDETERMINATO (la prima equazione non è altro che la seconda moltiplicata per 2)

Anche:
$$\frac{6}{3} = \frac{a}{-4}$$
$(6 : 3 = a : (-4))$

quando

$3a = -24$ (prodotto dei medi=prodotto degli estremi)

cioè per $a = -8$

Più rapidamente: in
$$\begin{cases} 6x + ay = 10 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases}$$

6 è il doppio di 3;

il caso "speciale" si avrà allora quando anche a è il doppio di -4,

quindi con $a = -8$.

18)

$$\begin{cases} kx+(k-1)y=5 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$$

$$\mathrm{D}=\begin{vmatrix} k & k-1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=3k-2(k-1)=3k-2k+2=k+2$$

$\mathrm{D}=0$ se e solo se $k+2=0$; $\boxed{k=-2}$

In questo caso, il sistema diventa

$$\begin{cases} -2x-3y=5 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$$

IMPOSSIBILE

Anche: $\dfrac{\mathrm{k}}{2}=\dfrac{k-1}{3}$ $\left(k:2=(k-1):3\right)$

quando $2k-2=3k$ (prodotto dei medi=prodotto degli estremi) cioè per $k=-2$

19)

$$\begin{cases} bx-y=-2 \\ (b-4)x+y=b \end{cases}$$

$$\mathrm{D}=\begin{vmatrix} b & -1 \\ b-4 & 1 \end{vmatrix}=b+(b-4)=2b-4$$

$\mathrm{D}=0$ se e solo se $2b-4=0$; $\boxed{b=2}$

In questo caso, il sistema diventa

$$\begin{cases} 2x-y=-2 \\ -2x+y=2 \end{cases}$$

INDETERMINATO (le equazioni sono opposte fra loro,
quindi sono sostanzialmente la ripetizione l'una dell'altra)

Anche: l'uguaglianza

$$\frac{b}{b-4}=\frac{-1}{1}$$

è verificata con $b=2$

Più rapidamente: in

$$\begin{cases} bx-y=-2 \\ (b-4)x+y=b \end{cases}$$

i coefficienti di y sono opposti;

il caso "speciale" si avrà nel caso siano simultaneamente opposti

anche i coefficienti di x,

ma a tale scopo occorre che si abbia

$b=-(b-4)$

equazione che è verificata quando $b=2$.

20)

$$\begin{cases} 3x+my=6 \\ 2x+(m+3)y=4 \end{cases}$$

$$\mathrm{D}=\begin{vmatrix} 3 & m \\ 2 & m+3 \end{vmatrix}=3m+9-2m=m+9$$

$\mathrm{D}=0$ se e solo se $m+9=0$; $\boxed{m=-9}$

In questo caso, il sistema diventa $\begin{cases} 3x-9y=6 \\ 2x-6y=4 \end{cases}$

INDETERMINATO (le due equazioni, semplificate, danno entrambe la medesima equazione $x-3y=2$)

Anche:

$$\frac{3}{2}=\frac{m}{m+3}\ \left(3:2=m:(m+3)\right)$$

quando

$2m=3(m+3)$ (prodotto dei medi = prodotto degli estremi)

cioè per $m=-9$

Più rapidamente: in $\begin{cases} 3x+my=6 \\ 2x+(m+3)y=4 \end{cases}$

3 è i $3/2$ di 2;

il caso "speciale" si avrà allora quando anche $m=\frac{3}{2}(m+3)$

equazione che ha come soluzione $m=-9$.

21)

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ hx+hz=5 \\ x-y+z=3 \end{cases}$$

$$\mathrm{D}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h & 0 & h \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix} 0 & h \\ -1 & 1 \end{vmatrix}-1\cdot\begin{vmatrix} h & h \\ 1 & 1 \end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix} h & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=1\cdot h-1\cdot 0+1\cdot(-h)=h-h=0$$

Il sistema è dunque, per qualsiasi valore di h,
sempre impossibile o indeterminato.
Quando si avrà impossibilità e *quando* indeterminazione?

Si potrebbe avviare la risoluzione con sostituzione
per domandarsi, una volta giunti all'equazione risolvente,
per quali valori di h essa risulta impossibile e per quali indeterminata.

Più rapidamente, se sommiamo la prima e la terza equazione otteniamo
$2x+2z=5$
e confrontando questa equazione con la
$hx+hz=5$
capiremo subito che si ha indeterminazione con $h=2$
e impossibilità con $h\neq 2$.