

7)

$$\begin{cases} (2a-1)x - (a+1)y = 2(2a-1)(a-1) \\ (a-1)x + (a+1)y = a(5a-3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) + (2) & \left\{ \begin{aligned} (2a-1)x + (a-1)x &= 2(2a-1)(a-1) + a(5a-3) \\ (a-1)x + (a+1)y &= a(5a-3) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2ax - x + ax - x = 4a^2 - 4a - 2a + 2 + 5a^2 - 3a \\ \text{"} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3ax - 2x = 9a^2 - 9a + 2; \quad (3a-2)x = 9a^2 - 3a - 6a + 2; \quad (3a-2)x = 3a(3a-1) - 2(3a-1) \\ \text{"} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{(3a-2)}x = (3a-1)\cancel{(3a-2)} & \text{la semplificazione è effettuabile se } \boxed{a \neq 2/3}; \\ & \text{il caso particolare } a = 2/3 \text{ verrà studiato "in coda"} \end{cases}$$

$$(a-1)(3a-1) + (a+1)y = a(5a-3)$$

$$(a+1)y = a(5a-3) - (a-1)(3a-1)$$

$$(a+1)y = \cancel{5a^2} - \cancel{3a} - \cancel{3a^2} + a + \cancel{3a} - 1$$

$$(a+1)y = 2a^2 + a - 1; \quad (a+1)y = 2a^2 + 2a - a - 1; \quad (a+1)y = 2a(a+1) - (a+1)$$

$$\begin{cases} \cancel{(a+1)}y = \cancel{(a+1)}(2a-1) & \text{la semplificazione è effettuabile se } \boxed{a \neq -1}; \\ & \text{il caso particolare } a = -1 \text{ verrà studiato "in coda"} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3a - 1 \\ y = 2a - 1 \end{cases} \quad \left(\text{se } a \neq \frac{2}{3}, a \neq -1 \right)$$

Nel $\boxed{\text{caso particolare } a = \frac{2}{3}}$, il sistema diventa

$$\begin{cases} \left(2 \cdot \frac{2}{3} - 1 \right) x - \left(\frac{2}{3} + 1 \right) y = 2 \left(2 \cdot \frac{2}{3} - 1 \right) \left(\frac{2}{3} - 1 \right); & \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}y = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \\ -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}y = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \\ \left(\frac{2}{3} - 1 \right) x + \left(\frac{2}{3} + 1 \right) y = \frac{2}{3} \left(5 \cdot \frac{2}{3} - 3 \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}y = -\frac{2}{9} \\ -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}y = \frac{2}{9} \end{cases} \quad \begin{aligned} & \text{Cambiando i segni in una delle due equazioni, otterremo l'altra;} \\ & \text{quindi sostanzialmente abbiamo un'equazione sola, ripetuta due volte.} \\ & \text{Il sistema è INDETERMINATO.} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}y = -\frac{2}{9} \text{ equivale a } 3x - 15y = -2; \quad x = \frac{15y - 2}{3}$$

e le soluzioni sono allora tutte e sole le infinite coppie (x, y) con : $\begin{cases} x = \frac{15y - 2}{3} \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$

Nel $\boxed{\text{caso particolare } a = -1}$, il sistema diventa

$$\begin{cases} (-2-1)x - (-1+1)y = 2(-2-1)(-1-1) \\ (-1-1)x + (-1+1)y = -1(-5-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x = 12 \\ -2x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x = 12 \\ -2x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x = 12 \\ -2x = 8 \end{cases}$$

$\begin{cases} x = -4 \\ x = -4 \end{cases}$ Abbiamo due equazioni identiche, che specificano quale valore deve avere x ($x = -4$)
ma non "impegnano" assolutamente il valore di y

In definitiva, nel caso $a = -1$ il sistema è INDETERMINATO

e le sue soluzioni sono tutte e sole le infinite coppie (x, y) con : $\begin{cases} x = -4 \\ y \text{ qualsiasi} \end{cases}$