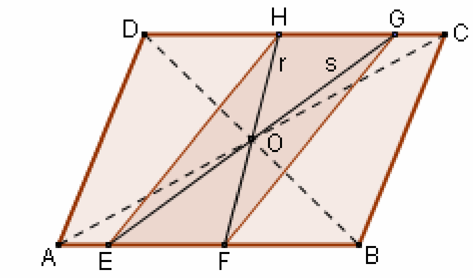
4) Per il punto di intersezione delle diagonali di un parallelogrammo si tracciano due rette, che vanno a intersecare una coppia di lati opposti. Dimostra che i quattro punti in cui tali rette incontrano i lati del parallelogrammo iniziale, sono vertici di un altro parallelogrammo.



HP
ABCD parallelogrammo
r, s rette condotte per il punto O di intersezione delle diagonali

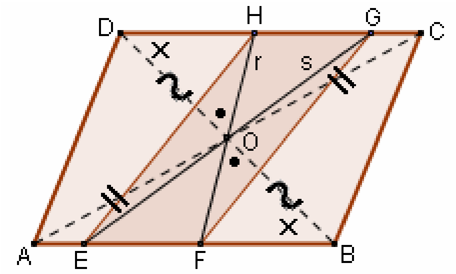
TH
EFGH parallelogrammo

DIM.

Si può procedere in diversi modi, ma il più efficace è quello che sfrutta i teoremi (diretti e inversi) sulle diagonali di un parallelogrammo.

Innanzitutto, abbiamo
$\overline{AO} = \overline{OC}$ e $\overline{BO} = \overline{OD}$
perché nel parallelogrammo ABCD le diagonali si tagliano scambievolmente per metà.

Allora, se confrontiamo i due triangoli BOF e DOH, vediamo che sono uguali per il 2° Criterio in quanto:



$\overline{BO} = \overline{OD}$
$B\hat{O}F = D\hat{O}H$ (opposti al vertice)
$F\hat{B}O = H\hat{D}O$ (alterni interni, $DC \parallel AB$, trasversale DB).

Segue $\boxed{\overline{OF} = \overline{OH}}$.

Allo stesso modo, confrontando i due triangoli AOE e COG, si deduce $\boxed{\overline{OE} = \overline{OG}}$.

Ma allora possiamo concludere che **il quadrilatero EFGH è un parallelogrammo perché ha le diagonali che si tagliano scambievolmente per metà**, **c.v.d.**