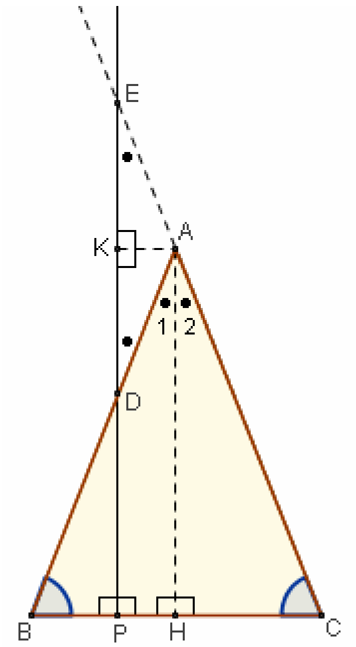
16) Sia ABC un triangolo isoscele sulla base $\overline{BC}$.
Per un punto P della base traccia
la perpendicolare alla base stessa,
e indica con D, E i punti in cui tale perpendicolare
incontra un lato obliquo, e, rispettivamente, il prolungamento dell'altro lato obliquo.
Dimostra che la somma $\overline{PD}+\overline{PE}$ è uguale al doppio dell'altezza $\overline{AH}$ del triangolo

HP: $\overline{AB}=\overline{AC}$; $PE \perp BC$, $AH \perp BC$ **TH:** $\overline{PD}+\overline{PE}=2\overline{AH}$



DIM.

Prima di tutto osserviamo che
le due rette EP, AH sono parallele fra loro,
perché perpendicolari alla stessa retta BC.
Ora:

$A\hat{E}D = \hat{A}_2$ (corrispondenti, $EP \parallel AH$, trasv. EC)

$\hat{A}_2 = \hat{A}_1$ (in un tr. isoscele, l'altezza relativa alla base è anche bisettrice)

$\hat{A}_1 = A\hat{D}E$ (alterni interni, $EP \parallel AH$, trasv. AD)

Dunque $A\hat{E}D = \hat{A}_2 = \hat{A}_1 = A\hat{D}E$ per cui EAD è isoscele ($\overline{AE}=\overline{AD}$)
Se ora tracciamo $AK \perp ED$, avremo:

- $\overline{EK}=\overline{KD}$ (in un tr. isoscele, l'altezza rel. alla base è anche mediana)
- AKPH rettangolo (3 angoli retti), quindi $\overline{PK}=\overline{AH}$.

Perciò:

$$\overline{PD}+\overline{PE}=\overline{PD}+\left(\overline{PD}+\overline{DK}+\overline{KE}\right)=\overline{PD}+\overline{PD}+\overline{DK}+\overline{DK}=$$
$$=2\overline{PD}+2\overline{DK}=2\left(\overline{PD}+\overline{DK}\right)=2\overline{PK}=2\overline{AH} \quad \text{c.v.d.}$$