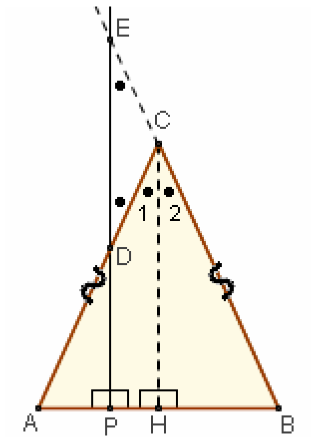
5) Considerato un triangolo ABC, isoscele sulla base $\overline{AB}$,
si prende su $\overline{AB}$ un punto arbitrario P e per P si traccia
la perpendicolare ad AB, che interseca le rette dei due lati obliqui
in D e in E rispettivamente.
Dimostrare che il triangolo CDE è isoscele
(Indicazione: tracciare l'altezza $\overline{CH}$)



HP

$\overline{CA} = \overline{CB}$
$EP \perp AB$

TH

$\overline{CE} = \overline{CD}$

DIM.

Costruzione: tracciamo l'**altezza** $\overline{CH}$ del triangolo isoscele ABC, relativa alla base $\overline{AB}$.
Essa, per un teorema noto, **risulterà anche bisettrice** dell'angolo al vertice $A\hat{C}B$:
sarà dunque $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$.
Ora, le due rette EP, CH sono parallele fra loro, perché **perpendicolari alla stessa retta** AB.
Allora:

$D\hat{E}C = \hat{C}_2$ (corrispondenti, $EP \parallel CH$, trasversale EB)
$E\hat{D}C = \hat{C}_1$ (alterni interni, $EP \parallel CH$, trasversale AC).

Dunque

$$\boxed{\mathbf{D\hat{E}C}} = \mathbf{\hat{C}_2} = \mathbf{\hat{C}_1} = \boxed{\mathbf{E\hat{D}C}}.$$

Il triangolo DCE ha quindi due angoli uguali:
ed è noto che **se un triangolo ha due angoli uguali, allora è isoscele**
(i lati uguali sono, precisamente, quelli opposti agli angoli uguali).
Si ha perciò $\overline{CE} = \overline{CD}$ c.v.d.