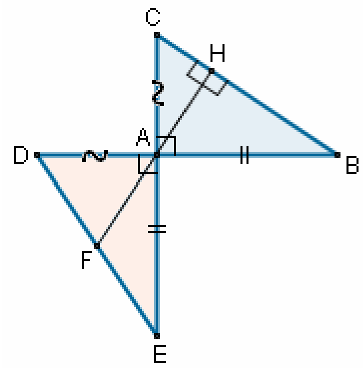
20) E’ dato un triangolo ABC, rettangolo in $\widehat{A}$. Si prolungano: il cateto $\overline{AB}$, dalla parte di A, di un segmento $\overline{AD} = \overline{AC}$ e il cateto $\overline{AC}$, dalla parte di A, di un segmento $\overline{AE} = \overline{AB}$; dopodiché, si traccia, nel triangolo ABC, l’altezza $\overline{AH}$ relativa all’ipotenusa e infine si prolunga il segmento $\overline{AH}$, dalla parte di A, fino ad incontrare $\overline{DE}$ in F. Dimostrare che F è il punto medio di $\overline{DE}$.



HP

$C\widehat{A}B = 90°$

$\overline{AD} = \overline{AC}, \ \overline{AE} = \overline{AB}$

$AH \perp BC$

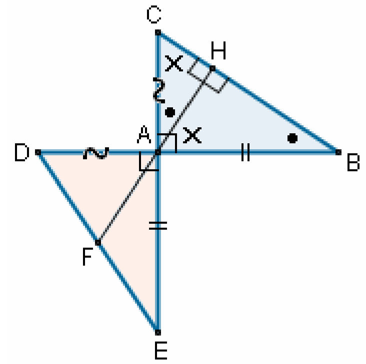
TH

$\overline{DF} = \overline{FE}$

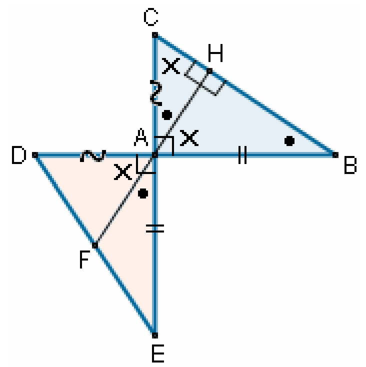
DIM.

Occorre ricordare innanzitutto che un triangolo rettangolo, quando si traccia l’altezza relativa all’ipotenusa, viene da questa spezzato in due triangoli che sono simili fra loro (e col triangolo di partenza).

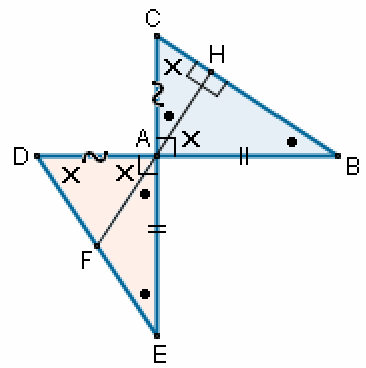
Con riferimento ad ABC, si hanno le uguaglianze angolari illustrate in figura (due angoli “pallino” e due angoli “crocetta”) … →



… dopodiché gli angoli opposti al vertice ci portano ad ottenere un’altra coppia “pallino”, “crocetta” … →



Ma i due triangoli ABC e AED sono uguali per il 1° Criterio, per cui $\widehat{E} = \widehat{B}, \ \widehat{D} = \widehat{C}$ e di conseguenza possiamo collocare sulla figura ancora un altro “pallino” e un’altra “crocetta”. →



Ciò mostra in definitiva che i due triangoli FAD, FAE, avendo ciascuno due angoli uguali, sono isosceli per cui si ha $\boxed{\overline{DF}} \underset{FAD}{=} \overline{AF} \underset{FAE}{=} \boxed{\overline{FE}}$ **c.v.d.**