

18) Sui lati di un angolo qualunque di vertice O

si prendano rispettivamente i segmenti

$$\overline{OA} = \overline{OB}, \overline{OC} = \overline{OD};$$

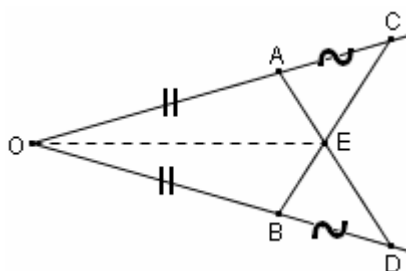
si indichi con E il punto in cui si intersecano le congiungenti \overline{AD} e \overline{BC} .

Dimostrare che:

I) $\overline{AD} = \overline{BC}$

II) $\overline{EA} = \overline{EB}$

III) il punto E sta sulla bisettrice dell'angolo dato \hat{O} .



DIM.

I)

Confrontiamo $\triangle OAD$, $\triangle OBC$:

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ (HP)}$$

$$\overline{OD} = \overline{OC} \text{ (HP)}$$

\hat{O} in comune.

Quindi $\triangle OAD = \triangle OBC$ (1° Criterio) e, in particolare, $\overline{AD} = \overline{BC}$.

II)

Innanzitutto dall'uguaglianza di $\triangle OAD$ e $\triangle OBC$ segue anche

(segna subito sulla figura!!!) $\hat{BDE} = \hat{ACE}$ e $\hat{OAE} = \hat{OBE}$.

Ma se $\hat{OAE} = \hat{OBE}$, allora anche $\hat{CAE} = \hat{DBE}$ perché supplementari di angoli uguali:

$$\hat{CAE} = 180^\circ - \hat{OAE} = 180^\circ - \hat{OBE} = \hat{DBE} \text{ (segna sulla figura!!!)}.$$

Quindi, confrontando i due triangoli $\triangle AEC$ e $\triangle BED$, si ha che:

$$\hat{ACE} = \hat{BDE}$$

$$\hat{CAE} = \hat{DBE}$$

$$\overline{AC} = \overline{BD} \text{ perché differenze di segmenti uguali: } \overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA} = \overline{OD} - \overline{OB} = \overline{BD}.$$

Di conseguenza, $\triangle AEC = \triangle BED$ per il 2° Criterio e, in particolare, $\overline{EA} = \overline{EB}$.

III)

$\triangle OAE$ ed $\triangle OBE$ sono uguali per il 3° Criterio: infatti

\overline{OE} è in comune

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ per HP}$$

$$\overline{EA} = \overline{EB} \text{ come già dimostrato (l'avevi segnato sulla figura?).}$$

Dall'uguaglianza dei due triangoli considerati segue, in particolare, $\hat{EOA} = \hat{EOB}$, c.v.d.

HP

$$\overline{OA} = \overline{OB}, \overline{OC} = \overline{OD}$$

(in figura, per comodità, abbiamo già segnato $\overline{AC} = \overline{BD}$:

“differenze di segmenti uguali sono uguali”;

questa annotazione grafica permette anche,

insieme all'altra relativa a $\overline{OA} = \overline{OB}$, di

“ricostruire” immediatamente, per somma,

l'uguaglianza nota $\overline{OC} = \overline{OD}$)

TH

I) $\overline{AD} = \overline{BC}$

II) $\overline{EA} = \overline{EB}$

III) il punto E sta sulla bisettrice di \hat{O} ,
vale a dire, congiunto O con E , si ha
 $\hat{EOA} = \hat{EOB}$