1° modo (variante del trinomio non speciale):

$$4a^4-37a^2b^2+9b^4=$$
$$=4a^4-36a^2b^2-a^2b^2+9b^4=$$
$$=4a^2\left(a^2-9b^2\right)-b^2\left(a^2-9b^2\right)=$$
$$=\left(a^2-9b^2\right)\left(4a^2-b^2\right)=$$
$$=(a+3b)(a-3b)(2a+b)(2a-b)$$

2° modo (differenza di quadrati):

$$4a^4-37a^2b^2+9b^4=$$
$$=\underline{4a^4}\ \underline{+12a^2b^2}-49a^2b^2\underline{+9b^4}=$$
$$=\left(2a^2+3b^2\right)^2-49a^2b^2=$$
$$=\left(2a^2+3b^2+7ab\right)\left(2a^2+3b^2-7ab\right)=$$
$$=\left(2a^2+7ab+3b^2\right)\left(2a^2-7ab+3b^2\right)=$$
$$=\left(2a^2+6ab+ab+3b^2\right)\left(2a^2-6ab-ab+3b^2\right)=$$
$$=\left[2a(a+3b)+b(a+3b)\right]\left[2a(a-3b)-b(a-3b)\right]=$$
$$=(a+3b)(2a+b)(a-3b)(2a-b)$$

3° modo (ancora come differenza di quadrati):

$$4a^4-37a^2b^2+9b^4=$$
$$=\underline{4a^4}\ \underline{-12a^2b^2}-25a^2b^2\underline{+9b^4}=$$
$$=\left(2a^2-3b^2\right)^2-25a^2b^2=$$
$$=\left(2a^2-3b^2+5ab\right)\left(2a^2-3b^2-5ab\right)=$$
$$=\left(2a^2+5ab-3b^2\right)\left(2a^2-5ab-3b^2\right)=$$
$$=\left(2a^2+6ab-ab-3b^2\right)\left(2a^2-6ab+ab-3b^2\right)=$$
$$=\left[2a(a+3b)-b(a+3b)\right]\left[2a(a-3b)+b(a-3b)\right]=$$
$$=(a+3b)(2a-b)(a-3b)(2a+b)$$