

VELOCITA'

- Un'automobile A, sul lungo rettilineo di un'autostrada, percorre 210 km in 2 ore; un'altra automobile B percorre 153 km in 1 ora e mezza; una terza automobile C fa 26 km e ci mette 15'. Quale delle tre automobili è andata più veloce?

Risponderemo andando a calcolare **quanti km sono stati percorsi da ciascuna automobile nell'unità di tempo** (possiamo prendere come unità di tempo comune **ad esempio 1 ora**), ossia **dividendo il numero di km percorsi per il numero di ore impiegate a percorrerli**. **Ciò che otterremo da questo calcolo sarà la "velocità" dell'automobile.**

Dunque:

$$\text{Velocità automobile A} = \frac{210 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{210 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 105 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 105 \text{ km/h} = 105 \text{ "km all'ora" (cioè, km per ogni ora di viaggio)}$$

$$\text{Velocità B} = \frac{153 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = \frac{153}{1,5} \text{ km/h} = 102 \text{ km/h}$$

$$\text{Velocità C} = \frac{26 \text{ km}}{0,25 \text{ h}} = \frac{26}{0,25} \text{ km/h} = 104 \text{ km/h} \quad (15' = \frac{15}{60} \text{ h} = \frac{1}{4} \text{ h} = 0,25 \text{ h})$$

L'automobile più veloce è quindi stata la A.

Evidentemente, abbiamo confrontato le tre velocità "complessive", ossia le tre **velocità "medie"**.

Non abbiamo analizzato cosa è accaduto *durante* i tre percorsi.

Può darsi ad esempio che, fra il km 20 e il km 30,

la macchina A abbia dovuto rallentare per problemi di traffico

e abbia poi "recuperato" nei km rimanenti;

ma nei nostri calcoli questo non compare.

Ricapitoliamo.

$$v = \frac{s}{t}$$

o meglio

$$v_m = \frac{s}{t}$$

$$\text{velocità media} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo impiegato a percorrerlo}}$$

Se siamo interessati alla rapidità di movimento di un'automobile (ad es., per fissare le idee, della A) **"in un certo istante"**, ad esempio dopo esattamente 10' dalla partenza, cosa faremo?

Considereremo un intervallo di tempo molto piccolo, contenente al suo interno l'istante in questione (che so: l'intervallo dal minuto "10" al minuto "10 + 1 secondo")

e andremo a calcolare la velocità media in *quell'* intervallino di tempo.

Questa viene chiamata "velocità istantanea" nell'istante in esame.

Rifletti, comunque:

considerando UN SINGOLO istante, l'automobile è "ferma", come in una fotografia;

si dice "velocità IN UN ISTANTE" per intendere la

VELOCITA' MEDIA IN UN INTERVALLINO DI TEMPO MOLTO PICCOLO,

CHE CONTENGA L'ISTANTE CONSIDERATO.

velocità istantanea
nell'istante t

$$v_i = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$(t_1 \leq t \leq t_2, t_1 \neq t_2; t_1 \text{ molto vicino a } t_2)$$

s_1 = spazio percorso dall'istante 0 all'istante t_1

s_2 = spazio percorso dall'istante 0 all'istante t_2

quindi $s_2 - s_1 = \Delta s$ = spazio percorso nell'intervallino di tempo da t_1 a t_2

NOTA Il simbolo Δ (*delta*) è sovente utilizzato, in matematica, per indicare "differenza".

Ad esempio, fra uno studente e un professore che abbiano rispettivamente 15 anni e 47 anni, c'è una differenza di età $\Delta e = e_p - e_s = 47 - 15 = 32$ (si legge *delta e*)

velocità istantanea in un certo istante fissato t =

$$= \frac{\text{spazio percorso in un piccolo intervallo di tempo contenente l'istante t considerato}}{\text{intervallo di tempo}}$$

- La seguente tabella riporta i metri percorsi da un centometrista, dopo *tot* secondi dal “via”.
 Quale è stata, in metri al secondo, la velocità media del centometrista?
 Quale la velocità media nei primi 5 secondi? E negli ultimi 10 metri?
 Quale la velocità istantanea dopo 3 secondi dalla partenza? E nel tagliare il traguardo?

0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	9,97
0	4,6	9,4	14,4	19,4	24,4	29,4	34,45	39,5	44,55	49,6	54,65	59,7	64,75	69,8	74,85	79,9	84,95	90	95,1	100

VELOCITA' MEDIA: $v_m = \frac{s}{t}$

Complessivamente: $v_m = \frac{s}{t} = \frac{100\text{m}}{9,97\text{s}} \approx 10,03 \text{ m/s}$

Nei primi 5 secondi: $v_m = \frac{s}{t} = \frac{49,6\text{m}}{5\text{s}} = 9,92 \text{ m/s}$

Negli ultimi 10 metri: $v_m = \frac{s}{t} = \frac{10\text{m}}{(9,97-9)\text{s}} \approx 10,31 \text{ m/s}$

VELOCITA' ISTANTANEA: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

All'istante $t = 3$, la possiamo approssimativamente valutare

facendo: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{34,45 - 29,4}{3,5 - 3} \text{ m/s} = \frac{5,05}{0,5} \text{ m/s} = 10,1 \text{ m/s}$

oppure facendo: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{29,4 - 24,4}{3 - 2,5} \text{ m/s} = \frac{5}{0,5} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$

oppure ancora facendo: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{34,45 - 24,4}{3,5 - 2,5} \text{ m/s} = \frac{10,05}{1} \text{ m/s} = 10,05 \text{ m/s}$

Possiamo osservare che la velocità istantanea è determinabile solo "approssimativamente": il suo valore dipende infatti dal particolare intervallino di tempo considerato, e quest'ultimo può essere scelto in modi diversi: basta che sia "piccolo, molto piccolo". Questa ambiguità viene sciolta, almeno da un punto di vista teorico, ad un livello più avanzato della matematica, attraverso i concetti di "limite" e di "derivata".

Per la *velocità istantanea nel tagliare il traguardo*, possiamo approssimarla in

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100 - 95,1}{9,97 - 9,5} \text{ m/s} = \frac{4,9}{0,47} \text{ m/s} \approx 10,43 \text{ m/s}$$

Certo, se avessimo a disposizione una tabella più dettagliata (ad esempio, che desse gli spazi percorsi a intervalli di 0,1 s anziché di 0,5 s) le nostre valutazioni della velocità istantanea potrebbero essere più precise.

In definitiva, **tenendo comunque conto che la velocità media è riferita a un intervallo di tempo qualsiasi, mentre la velocità istantanea si riferisce a “un intervallo di tempo molto piccolo, nell’intorno dell’istante considerato”**, si hanno una **formula principale** e due **formule inverse**; eccole:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = vt$$

$$t = \frac{s}{v}$$

- a) Un motorino si muove per 35 km alla velocità media di 50 km/h. Quanto tempo ci mette?
 b) La velocità istantanea di una bicicletta è di 12 km/h se rilevata dopo 10' dalla partenza, di 10 km/h a 20' dalla partenza, di 15 km/h dopo 30' dalla partenza. Il movimento dura complessivamente 40'. Quanti km sono stati percorsi?
 c) La velocità istantanea di una bicicletta si mantiene a 12 km/h per 40'. Spazio percorso = ?

RISPOSTE: a) $t = \frac{s}{v} = \frac{35 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} = \frac{35}{50} \text{ h} = \frac{7}{10} \text{ h} = \frac{7}{10} \cdot 60' = 42'$

- b) Dati insufficienti. La conoscenza della velocità istantanea permette di avere un'approssimazione dello spazio percorso in un piccolo intervallo di tempo in prossimità dell'istante considerato, nulla più
 c) Se la velocità istantanea è costante (**moto “uniforme”**), allora coincide con la velocità media sull'intervallo complessivo. Nel nostro caso, perciò, Spazio percorso = km $(12 \cdot 40 / 60) = \text{km } 8$

Se il moto non è rettilineo, c'è qualche complicazione ulteriore.

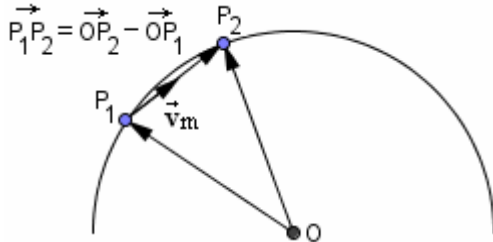
Le formule precedenti continuano a valere se per "s" si intende la lunghezza della curva percorsa;

ad esempio, se la traiettoria del moto ha la forma di una semicirconferenza di raggio 5 km, e il tempo totale di percorrenza è di 8', avremo

$$s = 5 \text{ km} \cdot \pi = \text{km } 5\pi \approx \text{km } 15,7$$

$$v_m \approx \frac{\text{km } 15,7}{8'} \approx 1,96 \text{ km al minuto}$$

Tuttavia, in caso di traiettoria non rettilinea, sovente la velocità viene intesa come un VETTORE (= quantità caratterizzata da un modulo, una direzione, un verso). Vediamo un esempio.



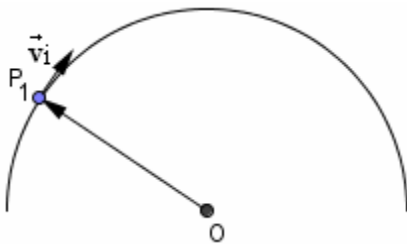
Supponiamo che in un certo istante t_1 un punto mobile si trovi in una data posizione P_1 , e in un certo istante successivo t_2 lo stesso punto si trovi in una determinata posizione P_2 . Allora possiamo definire come *velocità vettoriale media* del punto nell'intervallo di tempo che va da t_1 a t_2 , il vettore

$$\bar{v}_m = \frac{\overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}}{t_2 - t_1}$$

dove $\overrightarrow{OP_1}$ e $\overrightarrow{OP_2}$ sono i due "vettori posizione", essendo O un punto fissato *qualsiasi* (prova a cambiare la posizione di O e ti renderai conto che il vettore a numeratore della frazione non cambia).

Il vettore $\overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$ coincide col vettore $\overrightarrow{P_1P_2}$, e dividendo $\overrightarrow{P_1P_2}$ per il numero $t_2 - t_1$ si ottiene ancora un vettore con la stessa direzione e lo stesso verso di $\overrightarrow{P_1P_2}$. Dunque il vettore velocità media \bar{v}_m ha la stessa direzione e verso di $\overrightarrow{P_1P_2}$, per cui, nel caso i due istanti t_1 e t_2 siano molto ravvicinati, la sua direzione si avvicinerà a quella di una retta tangente alla traiettoria.

Ora, il *vettore velocità istantanea* \bar{v}_i è pensato come "ciò che il vettore velocità media \bar{v}_m tende a diventare quando la differenza $t_2 - t_1$ si fa piccola piccola piccola", perciò risulta essere proprio *tangente*, come direzione, *alla traiettoria*.



Ma ritorniamo al moto rettilineo e presentiamo ALCUNI ESEMPI DI PROBLEMI.

- 1) a) Se un'automobile procede a 75 km/h, in 2 minuti e $\frac{1}{2}$ che distanza in metri coprirà?
- b) Se una bici ci mette 3 secondi per percorrere 10 metri, qual è la sua velocità in km all'ora?
- c) Supponendo che un calcio di rigore venga tirato portando la palla a una velocità media di 120 km/h, quanto ci metterà a portarsi dal dischetto alla linea di porta distante 11 metri?

Questi tre problemi sono della tipologia più semplice: delle tre quantità spazio, tempo, velocità, due sono note ed è richiesta la terza.

Basterà applicare una delle tre formule $v = \frac{s}{t}$ $s = vt$ $t = \frac{s}{v}$,

stando comunque **attenti alla coerenza fra le unità di misura!**

a) Qui abbiamo $v = 75 \text{ km/h}$, $t = 2,5 \text{ min}$ ed è richiesto s (in metri).

A nostra scelta, potremo trasformare la velocità in metri al minuto, oppure il tempo in ore ...

Nel 1° modo, avremo $v = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 75 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{60 \text{ min}} = 1250 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ da cui $s = vt = 1250 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 2,5 \text{ min} = 3125 \text{ m}$

e nel 2° modo $t = 2,5 \text{ min} = 2,5 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = \frac{2,5}{60} \text{ h}$ da cui $s = vt = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{2,5}{60} \text{ h} = 3,125 \text{ km} = 3125 \text{ m}$

b) $t = 3 \text{ sec}$, $s = 10 \text{ m}$ quindi $v = \frac{10 \text{ m}}{3 \text{ sec}} = \frac{10 \cdot \frac{1}{1000} \text{ km}}{3 \cdot \frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{\frac{1}{100} \text{ km}}{\frac{1}{1200} \text{ h}} = \frac{1200}{100} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

c) $v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $s = 11 \text{ m}$; $t = ?$

$s = 11 \text{ m} = 0,011 \text{ km}$ e allora $t = \frac{s}{v} = \frac{0,011 \text{ km}}{120 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{0,011}{120} \text{ h} = \frac{0,011}{120} \cdot 3600 \text{ sec} = 0,33 \text{ sec}$

oppure $s = 11 \text{ m}$, $v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 120 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ sec}} = \frac{100}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ dunque $t = \frac{s}{v} = \frac{11 \text{ m}}{\frac{100}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}} = \frac{33}{100} \text{ sec} = 0,33 \text{ sec}$

In situazioni meno elementari, come quelle dei due problemi che seguono, potrà essere opportuno impostare un'equazione, o un sistema.

2) Stamane ho cominciato il mio allenamento podistico sui 10000 m andando alla velocità costante di 12 km/h, ma poi ho bruscamente accelerato, percorrendo l'ultima parte del tragitto a 15 km/h. Se in totale ci ho messo 49 minuti, per quanto tempo e per quanti km sono andato a 12 km/h?

$t = n^\circ$ minuti 1ª parte (quella in cui sono andato a 12 km/h, quindi a $\frac{12}{60}$ km al minuto)

$49 - t = n^\circ$ minuti 2ª parte (quella in cui sono andato a 15 km/h perciò a $\frac{15}{60}$ km al minuto)

$$\frac{12}{60} \cdot t + \frac{15}{60} \cdot (49 - t) = 10 \quad \frac{1}{5} \cdot t + \frac{1}{4} \cdot (49 - t) = 10 \quad \frac{4t + 5(49 - t)}{20} = \frac{200}{20}$$

$$4t + 245 - 5t = 200 \quad -t = -45 \quad \boxed{t = 45}$$

Ho perciò corso per i primi 45' alla velocità di 12 km/h = 12/60 km/min,

percorrendo $\frac{12}{60} \text{ km/min} \cdot 45 \text{ min} = 9 \text{ km}$, dopodiché ho fatto l'ultimo km a velocità più elevata.

3) Se la corrente di un fiume scorre a 4 km all'ora, e un canotto a motore ci mette 1 h 57' per percorrere un certo tragitto controcorrente, e solo 45' seguendo la corrente, qual è la velocità del canotto? E quanto è lungo il tratto di fiume percorso?

Detta v la velocità in km/h del canotto, quando questo segue la corrente tale velocità si somma con quella della corrente e diventa $v + 4$, mentre quando il canotto procede in verso opposto diventa $v - 4$. Ora, detta s la lunghezza in km del tratto di fiume (due incognite, dunque: v ed s), avremo

$$\frac{s}{v-4} = \frac{117}{60} \quad \left(1 \text{ h } 57' = 60' + 57' = 117'; \quad 117' = \frac{117}{60} \text{ h}\right); \quad \frac{s}{v+4} = \frac{45}{60} \quad \left(45' = \frac{45}{60} \text{ h}\right)$$

Risolviendo il sistema

$$\begin{cases} \frac{s}{v-4} = \frac{117}{60} \\ \frac{s}{v+4} = \frac{45}{60} \end{cases} \quad \left(\text{ad esempio, se si dividono membro a membro le due equazioni, si ottiene subito l'equazione con una sola incognita } \frac{v+4}{v-4} = \frac{117}{45}\right)$$

troviamo $v = 9 \text{ (km/h)}$, $s = 9,75 \text{ (km)}$

*PSST ...
Questo con è
l'unico modo
di impostare
la risoluzione
del problema
... Tu magari
ne troveresti
altri ...*

Sarà opportuno, prima della rassegna di problemi, ricapitolare le **formule** nonché il **modo in cui una velocità espressa in m/s viene trasformata in km/h, e viceversa:**

$$\boxed{v = \frac{s}{t}} \quad \boxed{s = vt} \quad \boxed{t = \frac{s}{v}} \quad \boxed{a \frac{\text{km}}{\text{h}}} = a \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \boxed{a \cdot \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \boxed{a \frac{\text{m}}{\text{s}}} = a \cdot \frac{0,001 \text{ km}}{1/3600 \text{ h}} = \boxed{a \cdot \frac{3600}{1000} \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

ESERCIZI (risposte a pagina 503)

NOTA - In generale, occorre essere un po' "elastici" riguardo ai testi. Ad esempio, se si parla di un'auto che parte per rincorrerne un'altra ai 100 km all'ora, si deve supporre trascurabile il fatto che comunque l'automobile inseguitrice *non può* passare *istantaneamente* dalla velocità di 0 km/h a quella di 100 km/h!

I valori delle soluzioni sono quelli che si traggono dal calcolo, ma vanno ovviamente presi ... per quel che sono, ossia *valutazioni approssimate* nell'ambito di *problemi dal testo schematizzato!*

- 1) La luce viaggia a circa 300000 km/s.
Calcola la lunghezza approssimativa di un anno-luce
(= distanza percorsa dalla luce in un anno solare medio, pari a 365 giorni e $\frac{1}{4}$ di giorno)
 - 2) Dalla linea di fondo campo alla rete di un campo da tennis la distanza è (arrotondando per eccesso) di 12 metri. Un fortissimo servizio può superare la velocità di 240 km/h (anche se bisogna tenere poi conto della resistenza dell'aria che frena la pallina).
Quanto ci mette, un oggetto che viaggia ai 240 km all'ora, a percorrere 12 metri?
[Il problema della davvero eccessiva velocità della pallina nel tennis porterà probabilmente ad adottare palline di diametro maggiore, per rallentarne almeno un poco il moto]
 - 3) Il suono viaggia alla velocità di (approssimativamente) 340 m/s.
Se odo l'eco della mia voce dopo 1 secondo e mezzo dall'istante in cui ho gridato, quanto è distante pressappoco la parete rocciosa che ha generato l'eco?
 - 4) Il primato del mondo di maratona (42,195 km) è (giugno 2012) 2 ore, 3 minuti, 38 secondi; quello dei 10000 metri di 26 minuti e 18 secondi (circa).
Determina le rispettive velocità, in km/h e approssimando a 2 cifre dopo la virgola.
Con la velocità media del record di maratona, in quanto si percorrono 10000 metri?
 - 5) Il limite di velocità sulle autostrade italiane è di 130 km/h, e scende a 110 km/h in certe condizioni.
Con la limitazione a 110 km/h, quanto tempo ci vuole in più per percorrere un tragitto di 180 km?
 - 6) Cedendo a un colpo di sonno un autotrasportatore, che sta procedendo alla velocità di 70 km/h, perde conoscenza per mezzo secondo. Che distanza percorre nel frattempo il camion?
 - 7) Impiego 2 ore a raggiungere una località di villeggiatura, a velocità costante.
Al ritorno, per via della pioggia, devo procedere più lentamente e ci metto 2 ore e $\frac{1}{2}$.
Se all'andata ho viaggiato agli 80 km/h, quale è stata la mia velocità al ritorno?
 - 8) Nel 1947, lo sciatore italiano Zeno Colò conquista il record del km lanciato: lo manterrà per 13 anni. Colò aveva percorso il kilometro in 22,64 secondi. 50 anni dopo, nel 1997, Philippe Billy fu in grado di sopravanzare di circa 85 km/h la velocità raggiunta a suo tempo da Colò.
Quanti secondi in meno ci mise?
 - 9) Mi reco in città alla velocità costante di 90 km/h, mettendoci $\frac{3}{4}$ d'ora.
Se al ritorno modero la velocità ai 75 km/h, quanto ci metto?
 - 10) (dal sito <http://hypertextbook.com>, Edited by Glenn Elert - Written by his students)
Il bradipo tridattilo è il più lento fra i mammiferi di terra. Il ghepardo invece è il più veloce.
Il bradipo si muove sul suolo a una velocità media di 0,23 m/s mentre un ghepardo è capace di raggiungere e mantenere per breve tempo una velocità di 31 m/s. Quanto ci vorrebbe ad un bradipo per percorrere la distanza che un ghepardo è in grado di coprire in 3 secondi?
 - 11) La posizione di un punto mobile su di una *number line* è data dalla formula $x = -0,2t + 3$ (il tempo t è espresso in secondi).
Che distanza viene percorsa dall'istante $t = 1$ all'istante $t = 10$?
In quale istante il punto mobile attraversa l'origine?
 - 12) Con quale velocità si muove, per via della rotazione della Terra intorno al suo asse, un punto che si trovi sulla linea dell'equatore? Calcola la velocità prima in km all'ora poi in metri al secondo.
(La lunghezza dell'equatore è di circa 40075 km)
- I problemi che seguono sono più complicati; per essi può essere opportuna un'equazione o un sistema.*
- 13) Due automobili partono contemporaneamente dallo stesso punto di un'autostrada, in direzione opposta.
La prima viaggia a 100 km/h e l'altra a 110 km/h. Dopo quanti minuti la loro distanza sarà di 49 km?
 - 14) Un camion trasporta la sua merce dalla fabbrica ad un deposito alla velocità media di 90 km/h.
Al ritorno, alleggerito del carico, può viaggiare ai 100 km/h e ci mette 12 minuti in meno.
Quanto dista la fabbrica dal magazzino?

- 15) Due fidanzati, entrambi appassionati di corsa di resistenza, partono simultaneamente per venirsi incontro sulla distanza dei 10000 metri, e il ragazzo riesce a correre a una velocità di 2 km/h in più della ragazza. Se il meritato "smack" avviene dopo 18 minuti e 45 secondi, quali sono le due velocità?
- 16) Se i tempi di percorrenza di due automobilisti che coprono lo stesso tratto di strada viaggiando rispettivamente ai 90 km/h e ai 100 km/h differiscono di 18', quanto è lungo il tragitto?
- 17) Un aereo viaggia 7 volte più veloce di un'auto, e in 2 ore e $\frac{1}{2}$ percorre 1800 km in più. Trova le velocità.
- 18) Due paesi A e B distano 81 km. Un automobilista C ci mette 54' a viaggiare a velocità costante da A a B. Un altro automobilista D, più prudente, viaggia da B ad A pure a velocità costante, ma mettendoci 67' 30". Se sono partiti entrambi alle 15:45, a che ora si sono incrociati?
- 19) Due automobili partono dallo stesso punto di un'autostrada, ma le loro direzioni sono opposte. La prima viaggia a 90 km/h e la seconda si mette in movimento con $\frac{1}{2}$ ora di ritardo, a una velocità x . Se dopo $\frac{3}{4}$ d'ora dalla partenza della seconda automobile, la loro distanza è di 195 km, determinare x .
- 20) Una motocicletta parte da un casello autostradale viaggiando alla velocità costante di 90 km/h. Qualche tempo dopo dallo stesso casello parte una volante della polizia che, alla velocità di 115 km/h, impiega 18' a raggiungerla. Quanto tempo è passato dalla partenza della moto a quella della volante?
- 21) Se un nuotatore va nella stessa direzione della corrente di un fiume riesce a percorrere 8 km in 2 ore, mentre controcorrente lo stesso tratto gli richiede 4 ore. Quale sarebbe la velocità del nuotatore in assenza di corrente?
- 22) Un treno passeggeri A e un treno merci B partono simultaneamente per una località che dista 55 km. Se A viaggia a velocità doppia rispetto a B e arriva con $\frac{1}{2}$ ora di anticipo, quali sono le due velocità?
- 23) Da <http://gmatclub.com>
Two cyclists start at the same time from opposite ends of a course that is 45 miles long. One cyclist is riding at 14 mph and the second cyclist is riding at 16 mph. (*mph = miles per hour*) How long after they begin will they meet?
- 24) Un TIR parte alle 11:20 da un casello autostradale e procede alla velocità costante di 75 km/h. Un'automobile che parte dallo stesso casello alle 12:05, viaggiando anch'essa a velocità costante, raggiunge il TIR alle 13:20. Qual è la velocità dell'automobile?
- Trovati su Internet (compaiono nella bella e raccomandabile raccolta di esercizi su www.fisicalive.altervista.org, cui si accede cliccando su Materiali Studenti/ 1 Liceo/ Esercizi sul moto rettilineo uniforme, vedi [⇨](#), ma sono riportati anche su altri siti, per cui è arduo risalire al bravissimo autore)*
- 25) Un fulmine cade a 1 km di distanza. La luce e il suono viaggiano di moto rettilineo uniforme alle velocità rispettivamente di 300 000 km/s e 340 m/s (valori approssimati). Quanto tempo passa prima di vedere il lampo? E prima di sentire il tuono?
- 26) Con la vostra auto partite da casa e percorrete una strada rettilinea per 5,2 km alla velocità di 43 km/h quando improvvisamente restate senza benzina. A piedi raggiungete il distributore più vicino, distante 1,2 km, camminando per 27 min. Determinare la velocità media sul percorso completo.
- 27) Due amici escono di casa alla stessa ora e si dirigono verso lo stesso cinema. Il primo abita a 1,6 km dal luogo dell'appuntamento e va a piedi con una velocità di circa 6 km/h. Il secondo abita a 8,3 km e usa il motorino con una velocità media di 50 km/h. Quale dei due amici arriva prima al cinema? Quanto tempo deve aspettare prima che arrivi l'altro? Quale velocità avrebbe dovuto avere colui che è arrivato per secondo per giungere insieme all'amico?
- 28) In un cartone animato un gatto scocca una freccia per colpire un topo mentre questi si affretta verso la sua tana che si trova a 5 m di distanza. Il topo corre alla velocità di 20 km/h e la freccia a 30 km/h. Inizialmente gatto e topo distano 10 metri. Calcola il tempo che impiega il topo a raggiungere la tana. Calcola anche la distanza percorsa dalla freccia nello stesso intervallo di tempo. Riesce a mettersi in salvo il topo?

Risolvi i due problemi seguenti per conto tuo; poi va' a vedere il riquadro alla pagina successiva.

- 29a) Un atleta corre per 10 minuti alla velocità di 20 km/h, e per altri 10 minuti alla velocità di 12 km/h. Qual è la sua velocità media complessiva?
- 29b) La mia morosa abita a 10 km da me. Se vado a trovarla in bici, procedendo alla velocità costante di 20 km all'ora, poi ritorno a casa mia con lei che mi accompagna, e la velocità scende a 12 km/h, quale è stata la mia velocità media complessiva?

Se ho percorso in auto un totale di 100 km, la prima metà andando ai 100 km/h e la metà successiva, dopo aver visto un brutto incidente, agli 80 km/h soltanto, quale è stata la mia velocità media?

Rispondere che è stata la media aritmetica delle due velocità, quindi $\frac{100+80}{2} = 90$ km/h, sarebbe SBAGLIATO!

Calcoliamo infatti, coi dati a disposizione, il tempo totale e lo spazio totale.

La prima metà del percorso ha richiesto un tempo, in ore, uguale a $\frac{s}{v} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$ (mezz'ora, dunque),

mentre la seconda metà ha richiesto un numero di ore dato da $\frac{s}{v} = \frac{50}{80} = 0,625$ (0,625 ore, o anche: 37,5 minuti)

Il tempo totale per coprire il tragitto di 100 km è stato perciò di ore $0,5 + 0,625 = 1,125$ (1h 7' 30").

Ma se una distanza di 100 km viene percorsa in ore 1,125 allora la velocità media è di km/h $\frac{100}{1,125} \approx$ km/h 88,9

Quindi in questo caso per calcolare la "velocità media" NON si deve fare la "media aritmetica delle due velocità"! Si deve invece procedere

direttamente col ragionamento e col calcolo, come abbiamo fatto noi;

oppure calcolando la cosiddetta *media armonica* delle velocità, che è data da

$$\frac{1}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n}}$$

Si dimostra che, se una **distanza fissata d** è **suddivisa in n tratti tutti uguali fra loro** (= di lunghezza d/n) e questi tratti vengono percorsi, rispettivamente, alle velocità v_1, v_2, \dots, v_n , allora la **velocità media**

- non dipende dalla distanza d
- ed è data dalla **MEDIA ARMONICA** delle velocità.

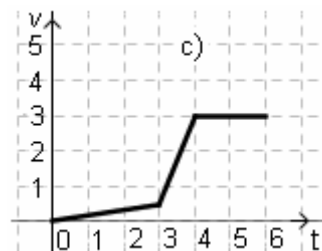
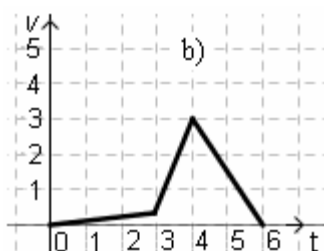
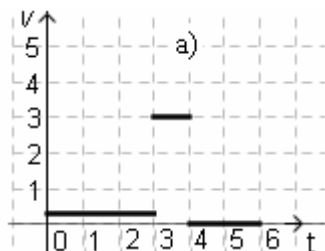
Invece, nei casi in cui si ha un **tempo di viaggio fissato t** **suddiviso in n intervalli di ugual durata t/n** , e in questi n intervalli uguali di tempo si procede alle velocità v_1, v_2, \dots, v_n rispettivamente, la **velocità media**

- non dipende dal tempo t
- ed è data dalla **MEDIA ARITMETICA** delle velocità

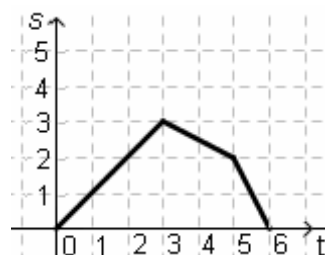
$$\frac{v_1 + v_2 + \dots + v_n}{n}$$

- 30) a) Un atleta corre 4 giri di pista alla velocità di 18 km/h, poi altri 4 giri alla velocità di 14 km/h. Qual è la sua velocità media complessiva?
 b) Un atleta corre per 4 minuti alla velocità di 18 km/h, poi per altri 4 minuti alla velocità di 14 km/h. Qual è la sua velocità media complessiva?
- 31) Al ritorno dal lavoro, per i $3/5$ del tempo viaggio alla velocità costante di 70 km/h, per via del traffico intenso. Tuttavia, riesco poi a tenere la velocità costante di 90 km/h nell'ultimo tratto. Qual è stata la mia velocità media sull'intero tragitto?
- 32) Al ritorno dal lavoro, percorro i $3/5$ del tragitto alla velocità costante di 70 km/h, per via del traffico intenso. Tuttavia, riesco poi a tenere la velocità costante di 90 km/h nell'ultimo tratto. Qual è stata la mia velocità media sull'intero tragitto?
- 33) Se un tale ha coperto la terza parte di un percorso di 105 km a 60 km/h, e la parte rimanente a 40 km/h, quale è stata la sua velocità media complessiva?
 Generalizzazione. Se un tale ha coperto la terza parte di un dato percorso a v_1 km/h, e la parte rimanente a v_2 km/h, ricava l'espressione che dà la sua velocità media complessiva.
- 34) Da www.batesville.k12.in.us
 Susie has planned a trip to a city 60 miles away.
 She wishes to have an average speed of 60 miles/hour for the trip.
 Due to a traffic jam, however, she only has an average speed of 30 miles/hour for the first 30 miles.
 How fast does she need to go for the remaining 30 miles
 so that her average speed is 60 miles/hour for the whole trip?
- 35) www.educationupdate.com (dal bell'articolo *The Most Misunderstood Average*, di A. Posamentier)
 On Monday a plane makes a *round trip flight* (un volo andata e ritorno) New York City - Washington with an average speed of 300 miles per hour. The next day, Tuesday, there is a wind of constant speed (50 miles per hour) and direction (blowing from NYC to Washington). With the same *speed setting* (= *impostazione della velocità*) as on Monday, this same plane makes the same round trip on Tuesday. Will the Tuesday trip require more time, less time or the same time as the Monday trip?

- 36) Il diagramma qui a fianco → si riferisce al moto di un punto (tempo espresso in secondi, spazio in metri). Invece i diagrammi sottostanti hanno in ascissa un tempo (in secondi), e in ordinata una velocità (in metri al secondo). Quale dei tre è relativo al moto rappresentato nel diagramma iniziale?

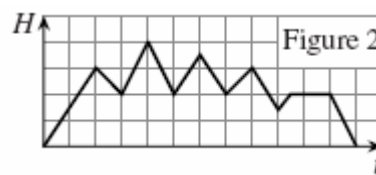
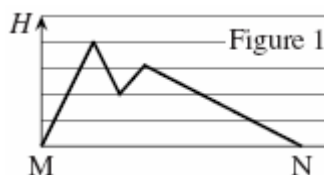


- 37) Il diagramma qui a destra si riferisce al moto di un punto (tempo espresso in secondi, spazio in metri). → Descrivi il moto, determinando la sua velocità nei tre tratti.



- 38) (Kangourou 2004)

Marco fa una passeggiata in montagna. Il profilo del suo percorso, dal punto M al punto N, è in fig. 1. Essendo distratto, gli capita di lasciar cadere qualche oggetto, che poi torna indietro a cercare. Il grafico della sua altitudine H , in funzione del tempo t , è dato in fig. 2. Quante volte è tornato indietro?



- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

ESERCIZI DI RISERVA: molto belli quelli del già segnalato sito

www.fisicalive.altavista.org del prof. Federico Andreoletti: ⇨

RISPOSTE

- 1) Circa km $9,5 \cdot 10^{12}$ 2) 18 centesimi di secondo 3) ≈ 250 m 4) 20,48 km/h; 22,81 km/h; in 29'18" circa
 5) ≈ 15 minuti 6) ≈ 10 m 7) 64 km/h 8) 7,9 secondi in meno circa 9) 54 minuti
 10) $\approx 6'44''$ 11) 1,8 (in verso negativo); all'istante $t=15$ 12) Circa 1670 km/h, ovvero circa 464 m/s
 13) $100t+110t=49$, col tempo t espresso in ore; 14 minuti 14) $90t=100(t-1/5)$ con t espresso in ore; 180 km
 15) $18'45'' = 18,75' = h \frac{18,75}{60} = h \frac{5}{16}$; $\frac{5}{16}(v+2) + \frac{5}{16}v = 10$; 15 km/h e 17 km/h 16) $\frac{s}{90} - \frac{s}{100} = \frac{18}{60}$; 270 km
 17) Velocità auto = $v = 120$ (km/h), velocità aereo = $7v = 840$ km/h
 18) Alle 16:15 19) $x = 110$ km/h 20) 5 minuti 21) $\begin{cases} v_N + v_F = 8/2 \\ v_N - v_F = 8/4 \end{cases}$; 3 km all'ora
 22) A viaggia a 110 km/h, B a 55 km/h 23) $1\frac{1}{2}$ h 24) 120 km/h
 25) $3+1/3$ milionesimi di secondo; poco meno di 3 secondi 26) $\approx 11,2$ km/h
 27) Arriva 6 minuti prima quello col motorino; $\approx 9,64$ km/h 28) 0,90 s; 7,5 m; sì
 29a) 16 km/h 29b) 15 km/h 30a) 15,75 km/h 30b) 16 km/h 31) 78 km/h
 32) Arrotondando per eccesso, 77 km/h 33) 45 km/h; $\frac{3v_1v_2}{v_2 + 2v_1}$ km/h
 34) The average speed for the whole trip *cannot ever be 60 miles/hour!* The equation $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{x}} = 60$ is impossible
 35) We can use the harmonic mean formula to find the average speed for the "windy trip".
 The harmonic mean is $((2)(350)(250)) / (250 + 350) = 291.667$, which is *slower* than the no-wind trip.
 36) a) 37) Le velocità valgono: 1; $-1/2$; -2 38) c)