2 - IL C.C. IN ASTRATTO E IN FORMULE

2.1 - Le disposizioni

Supponiamo di avere n oggetti distinti
(ad esempio: n palline numerate progressivamente da 1 a n, oppure n lettere dell'alfabeto, ...).
Sia ora k un intero, $k \le n$.

Le k-uple ORDINATE che si possono costruire utilizzando (senza ripetizione) **k fra gli n oggetti dati**
sono anche dette
"le **DISPOSIZIONI** degli n oggetti dati, presi a k a k"
o anche
"le disposizioni di classe k, di quegli n oggetti".

Il numero di tali k-uple ordinate (= il numero delle disposizioni di n oggetti, presi a k a k)
si indica con $D_{n,k}$
e risulta, utilizzando quello che abbiamo chiamato il Primo Principio Generale del Calcolo Combinatorio,

$$\boxed{D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1)) = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}$$

- Esempio 1 - Con 10 oggetti distinti, quante quaterne ordinate posso costruire?
  Risposta: $D_{10,4} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$

- Esempio 2 - Se ho 10 ragazzi, in quanti modi posso scegliere: un portiere, un arbitro e un raccattapalle?
  Risposta: $D_{10,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

2.2 - Le combinazioni

Le k-uple NON ORDINATE che si possono costruire utilizzando
(senza ripetizione) **k fra n oggetti dati**
sono anche dette
"le **COMBINAZIONI** degli n oggetti dati, presi a k a k"
o anche
"le combinazioni di classe k, di quegli n oggetti".

Il numero di tali k-uple NON ORDINATE (= il numero delle combinazioni di n oggetti, presi a k a k)
si indica con $C_{n,k}$ e risulta, utilizzando il Terzo Principio Generale,

$$\boxed{C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

OSSERVAZIONE
L'ultimo passaggio è stato ottenuto moltiplicando sia sopra che sotto per $(n-k)!$

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{(n-k)!}{(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{(n-k)(n-k-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tale passaggio è possibile anche per $k = n$ perché

$$\boxed{\text{per convenzione, si pone } 0! = 1}$$

- Esempio 3 - Con 10 oggetti distinti, quante quaterne non ordinate posso costruire?
  Risposta: $C_{10,4} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$

IDEA-GUIDA
♪ **DISPOSIZIONI: c'entra l'ordine**
♫ **COMBINAZIONI: non c'entra l'ordine**