

1.4 - Il "secondo principio" del C.C.

Consideriamo ora il seguente

□ Problema 13

Se 6 persone si vogliono mettere in fila da sinistra a destra (rispetto al fotografo) per una foto di gruppo, in quanti modi diversi possono farlo?

Formulazione equivalente:

se 6 persone arrivano contemporaneamente ad uno sportello, in quanti modi diversi possono mettersi in coda?

Facile:

per scegliere il primo elemento della fila (o della coda), abbiamo 6 possibilità;
in corrispondenza di ciascuna di queste 6 possibilità, abbiamo 5 possibilità per il 2° elemento;
abbinate a queste $6 \cdot 5$ possibilità abbiamo 4 possibilità per il terzo elemento;
per ciascuna di queste $6 \cdot 5 \cdot 4$ possibilità abbiamo 3 possibilità per il quarto elemento ecc ...

Risposta:

In totale, le 6 persone possono mettersi in fila (o in coda) in $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$ (leggi: "6 fattoriale") modi diversi.

SECONDO PRINCIPIO GENERALE DEL C.C. (CONSEGUENZA DEL PRIMO)

Dati n oggetti, essi si possono "mettere in fila"
(o "mettere in coda", o "mettere in colonna")

in

$n!$ (leggi: "n fattoriale")

modi diversi,

dove il simbolo $n!$

indica il numero

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Infatti,

per la scelta del primo oggetto della fila abbiamo n possibilità;

a ciascuna di queste n possibilità sono abbinata

$(n-1)$ possibilità di scelta per il secondo oggetto della fila;

ad ognuna delle $n \cdot (n-1)$ possibilità per i primi due oggetti

corrispondono $(n-2)$ possibilità di scelta per il terzo oggetto della fila;

... ;

in totale, quindi, n oggetti possono essere ordinati

(= messi in fila, o in coda, o in colonna)

in

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

modi diversi.

□ Problema 14

Quanti sono i possibili anagrammi della parola "mora"

(contando anche quelli che non hanno significato nella lingua italiana)?

Obbligatorio il grafo ad albero.

Risposta:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$$